ELE1409-Électricité du bâtiment
Session Hiver 2012
Examen de mi-session - corrigé

Exercice 1 (4 points) :

Pour le circuit à courant continu de la figure 1, sont données les grandeurs suivantes :

$R_1 = 6\ \Omega$, $R_2 = R_3 = R_4 = 4\ \Omega$, $L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = 20$ mH, $C_1 = C_2 = 30$ µF.

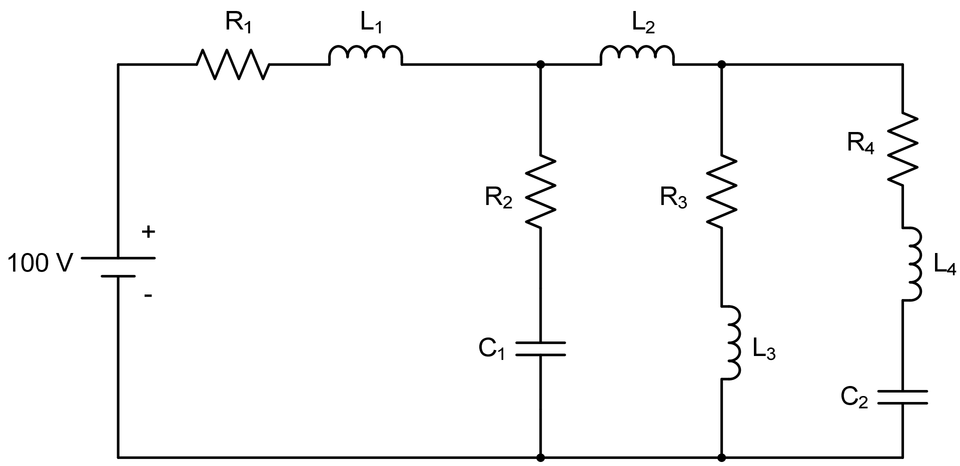


Figure 1

a) Déterminer le courant fourni par la source.
b) Calculer l'énergie emmagasinée dans chacune des inductances et dans chaque condensateur.
c) Calculer la puissance dissipée dans chaque résistance.
d) Trouver la puissance fournie par la source.

Exercice 1

a) En courant continu, les condensateurs agissent comme des circuits ouverts, alors que les inductances agissent comme des court-circuits.

$$I_S = \frac{E_S}{R_1 + R_3} = \frac{100}{6+4} = 10 \quad \text{A} \qquad \color{red}{(1{,}0)}$$

b)

$$I_{L_1} = I_{L_2} = I_{L_3} = I_S = 10 \quad \text{A} \quad et \quad L_1 = L_2 = L_3 = L = 20 \quad \text{mH}$$

$$W_{L_1} = W_{L_2} = W_{L_3} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I_S^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}02 \cdot 10^2 = 1 \quad \text{J} \qquad \color{red}{(0{,}75)}$$

$$I_{L_4} = 0 \quad \Rightarrow \quad W_{L_4} = 0 \quad \text{J} \qquad \color{red}{(0{,}25)}$$

$$E_{C_1} = E_{C_2} = E_{R_3} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} \cdot E_S = \frac{4}{6+4} \cdot 100 = 40 \quad \text{V} \quad et \quad C_1 = C_2 = C = 30 \quad \mu\text{F}$$

$$W_{C_1} = W_{C_2} = W_{L_3} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot E_{R_3}^2 = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 10^{-6} \cdot 40^2 = 24 \quad m\text{J} \qquad \color{red}{(0{,}50)}$$

c)

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_{R_1}^2 = R_1 \cdot I_S^2 = 6 \cdot 10^2 = 600 \quad \text{W} \qquad \color{red}{(0{,}25)}$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_{R_3}^2 = R_3 \cdot I_S^2 = 4 \cdot 10^2 = 400 \quad \text{W} \qquad \color{red}{(0{,}25)}$$

- $$I_{R_2} = I_{R_4} = 0 \quad \Rightarrow \quad P_{R_2} = P_{R_4} = 0 \quad \text{W} \qquad \color{red}{(0{,}50)}$$

d)

$$P_S = P_{R_1} + P_{R_3} = 600 + 400 = 1000 \quad \text{W} \qquad \color{red}{(0{,}50)}$$

$$P_S = E_S \cdot I_S = 100 \cdot 10 = 1000 \quad \text{W}$$

Exercice 2 (5 points) :

Soit le circuit à courant alternatif de la figure 2. Les éléments du circuit ont les valeurs suivantes :

$R_1 = R_2 = R_3 = 10\ \Omega$, $L_1 = L_2 = 26{,}526$ mH, $C = 265{,}25\ \mu F$.

a) En utilisant la méthode des nœuds, trouver le phaseur du potentiel du nœud 1.
b) À l'aide du résultat de la question a), calculer le phaseur du courant $\mathbf{I}_S$ fourni par la source, tel que représenté sur la figure 2.
c) Déterminer les puissances, apparente, réelle et réactive de la charge vue par la source
d) Trouver le facteur de puissance de la charge vue par la source.

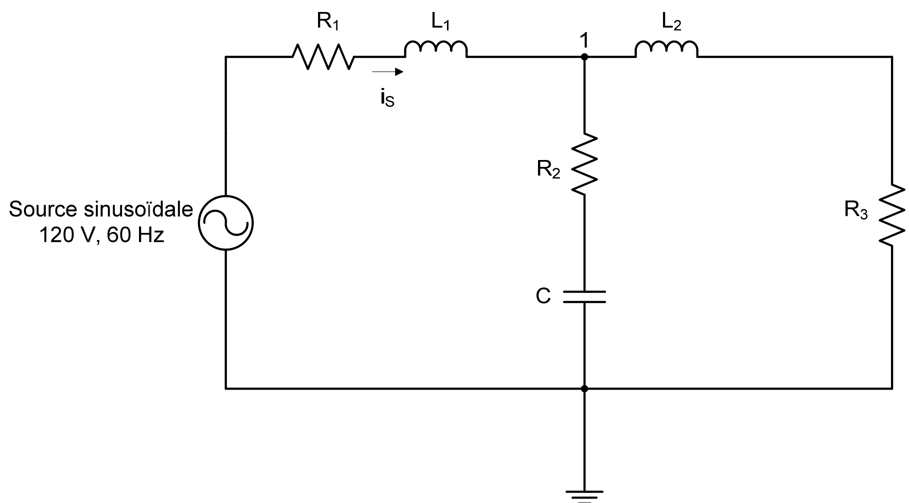


Figure 2

Exercice 2

a) La métode des noeuds appliquée au circuit avec le noeud de référence au (-) de la source, donne l'équation suivante, avec comme seule inconnue le potentiel du noeud 1:

$$\frac{\boldsymbol{E}_S - \boldsymbol{E}_1}{R_1 + jL_1\omega} + \frac{0 - \boldsymbol{E}_1}{R_2 - j\dfrac{1}{C\omega}} + \frac{0 - \boldsymbol{E}_1}{R_3 + jL_2\omega} = 0$$

$\boldsymbol{E}_S = 120\angle 0^\circ \quad \text{V}$

$\omega = 2\cdot\pi\cdot f = 2\cdot\pi\cdot 60 = 377 \quad \text{rad/s}$

$R_1 = R_2 = R_3 = 10 \quad \Omega$

$L_1 = L_2 = 26,526 \quad \text{mH}$

$jL_1\omega = jL_2\omega = j10 \quad \Omega$

$C = 265,25 \quad \mu\text{F}$

$-j\dfrac{1}{C\omega} = -j10 \quad \Omega$

$$\frac{120\angle 0^\circ - \boldsymbol{E}_1}{10 + j10} + \frac{0 - \boldsymbol{E}_1}{10 - j10} + \frac{0 - \boldsymbol{E}_1}{10 + j10} = 0$$

$$\boldsymbol{E}_1 = \frac{\dfrac{120\angle 0^\circ}{10 + j10}}{\left[\dfrac{1}{10 + j10} + \dfrac{1}{10 - j10} + \dfrac{1}{10 + j10}\right]} = 53,7\angle -26,6^\circ \quad \text{V} \qquad (1,0)$$

b)

$$\boldsymbol{I}_S = \frac{\boldsymbol{E}_S - \boldsymbol{E}_1}{R_1 + jL_1\omega} = \frac{120\angle 0^\circ - 53,7\angle 63^\circ}{10 + j10} = 5,37\angle -26,6^\circ \quad \text{A} \qquad (1,0)$$

c)

$S_{CH} = \boldsymbol{E}_S \cdot \boldsymbol{I}_S^* = 120\angle 0^\circ \cdot 5,37\angle +26,6^\circ = 644\angle 26,6^\circ = 576 + j288 \quad \text{VA} \qquad (0,50)$

$P_{CH} = \Re\left(S_{CH}\right) = 576 \quad \text{W} \qquad (1,0)$

$Q_{CH} = \Im\left(S_{CH}\right) = 288 \quad \text{W} \qquad (1,0)$

d)

$$fp_{CH} = \frac{P_{CH}}{S_{CH}} = \frac{576}{644} = 0,89 \quad \text{inductif} \qquad (0,50)$$

Le facteur de puissance est inductif puisque la puissance réactive de la charge est positive.

Exercice 3 (4 points) :

Soit le circuit de l'exercice 2, avec les mêmes données, repris dans la figure 3.

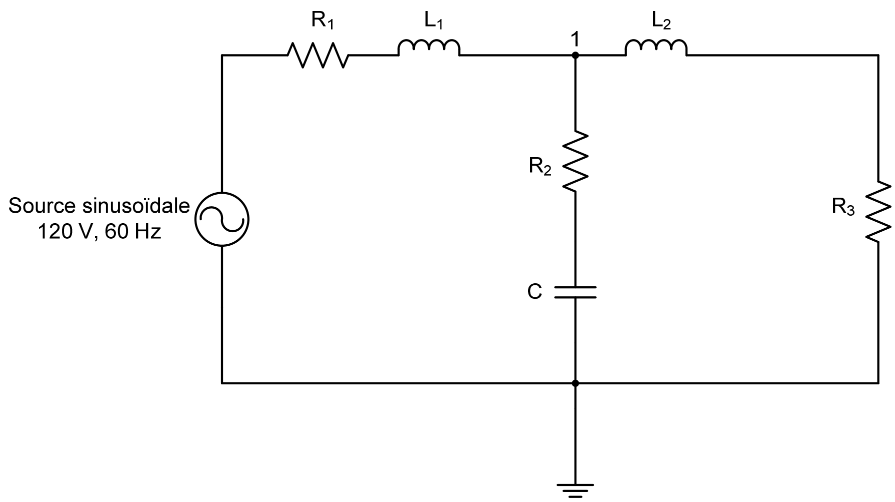
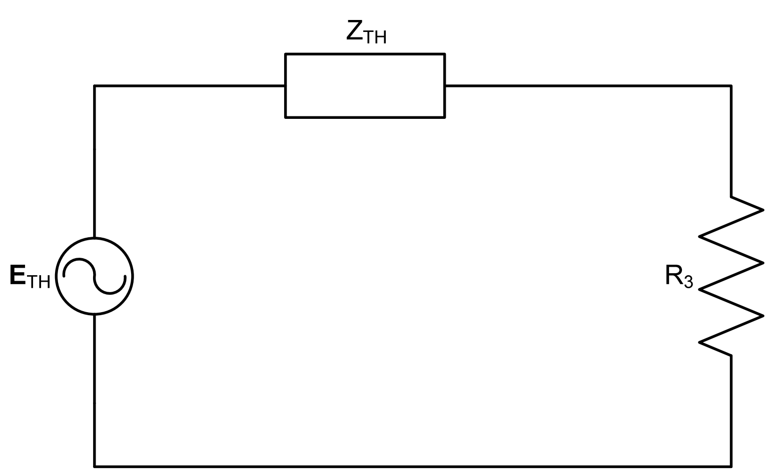


Figure 3

e) Trouver le phaseur tension de Thévenin $\mathbf{E}_{Th}$ du circuit vu par la résistance R_3.
f) Déterminer l'impédance de Thévenin Z_{Th} du circuit vu par la charge.
g) Redessiner le circuit de la figure 3 en remplaçant le circuit vu par la résistance R_3 par son équivalent de Thévenin, obtenu précédemment.
h) À l'aide des résultats obtenus, calculer le phaseur du courant dans la résistance R_3.



Exercice 3

a) Pour trouver l'équivalent de Thévenin vu par la résistance R_3(la charge), il faut commencer par enlever la charge. Il n'y a pas, dans ce cas, de courant dans l'inductance L_2.

Pour calculer la tension de Thévenin, nous utilisons la méthode du diviseur de tension:

$$\boldsymbol{E}_{TH} = \frac{R_2 - j\dfrac{1}{C\omega}}{\left(R_2 - j\dfrac{1}{C\omega}\right) + \left(R_1 + jL_1\omega\right)} \cdot \boldsymbol{E}_S$$

$\boldsymbol{E}_S = 120\angle 0^\circ \quad \text{V}$

$\omega = 2\cdot\pi\cdot f = 2\cdot\pi\cdot 60 = 377 \quad \text{rad/s}$

$R_1 = R_2 = R_3 = 10 \quad \Omega$

$L_1 = L_2 = 26{,}526 \quad \text{mH}$

$jL_1\omega = jL_2\omega = j10 \quad \Omega$

$C = 265{,}25 \quad \mu\text{F}$

$-j\dfrac{1}{C\omega} = -j10 \quad \Omega$

$$\boldsymbol{E}_{TH} = \frac{10 - j10}{(10 - j10) + (10 + j10)} \cdot 120\angle 0^\circ = 84{,}9\angle -45^\circ \quad \text{V} \qquad (1{,}5)$$

b) Pour calculer l'impédance de Thévenin, il faut remplacer la source tension par un court-cicuit:

$$Z_{TH} = jL_2\omega + \frac{1}{\dfrac{1}{R_1 + jL_1\omega} + \dfrac{1}{R_2 - j\dfrac{1}{C\omega}}} = j10 + \frac{1}{\dfrac{1}{10 + j10} + \dfrac{1}{10 - j10}} = 10 + j10 \quad \Omega \qquad (1{,}5)$$

c) Voir le schéma demandé à la fin de l'exercice. (0,50)

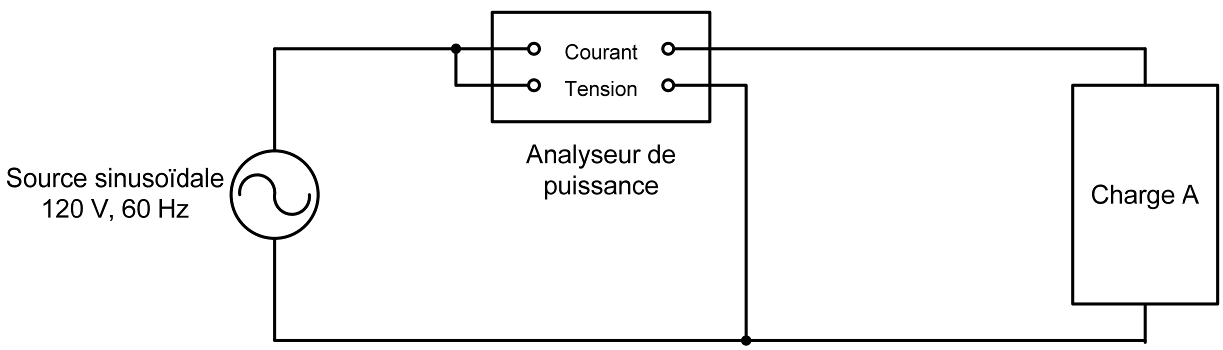
d)

$$\boldsymbol{I}_{R_3} = \frac{\boldsymbol{E}_{TH}}{Z_{TH} + R_3} = \frac{84{,}9\angle -45^\circ}{(10 + j10) + 10} = 3{,}8\angle -71{,}6^\circ \quad \text{A} \qquad (0{,}50)$$

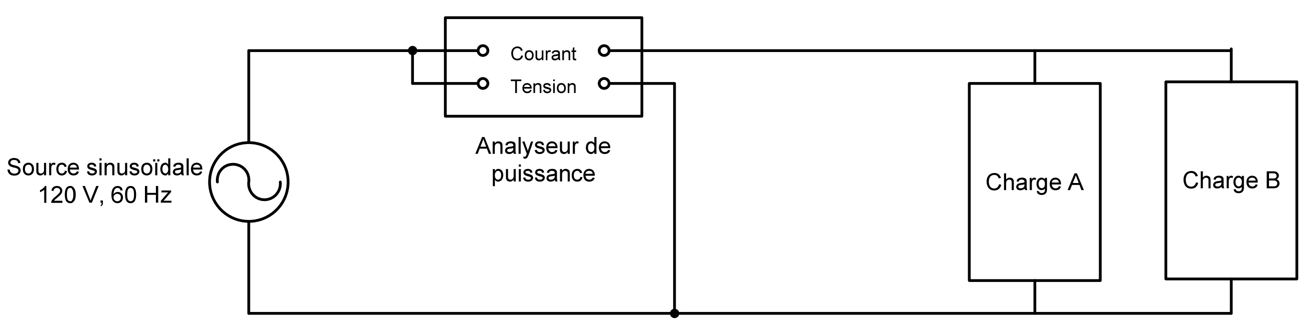
Exercice 4 (7 points) :

Au cours d'une séance de laboratoire d'ELE1403, représentée par le schéma ci-dessous, les étudiants ont travaillé avec une charge inductive (la charge A) et ont fait les mesures suivantes à l'aide d'un analyseur de puissance: E = 120 V, P = 1990 W, S = 2369 VA.

a) Calculer la valeur efficace du courant dans la charge A.
b) Calculer le facteur de puissance de la charge A.



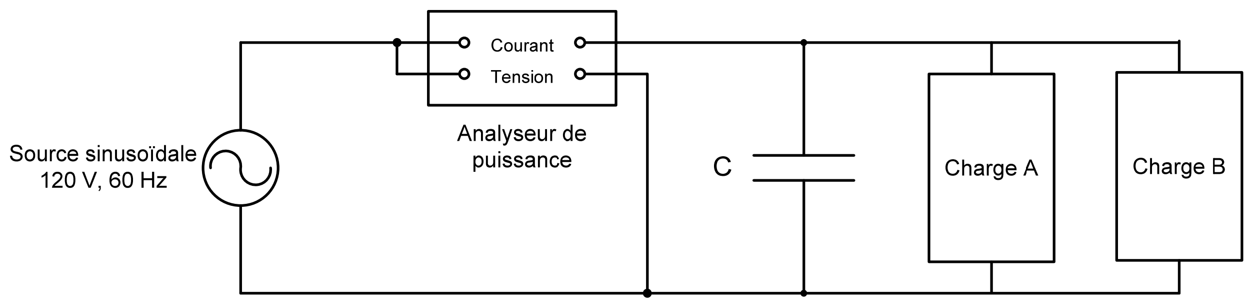
Dan la deuxième partie du laboratoire une autre charge (la charge B) a été connectée en parallèle avec la charge A (voir schéma ci-dessous). Les nouvelles mesures données par l'analyseur de puissance sont :
E = 120 V, P = 3000 W, S = 3750 VA et Fp=+0.80.



c) Déterminer les puissances, réelle et réactive de la charge B.
d) Quelle est la nature de la charge B, résistive, inductive ou capacitive? Justifier la réponse.
e) Calculer la valeur efficace du courant dans la charge B.

f) Trouver le facteur de puissance de charge B.
g) Calculer la valeur efficace du courant fourni par la source.

Un condensateur a été installé en parallèle avec les deux charges (voir schéma ci-dessous). Les indications du de l'analyseur de puissance deviennent : E = 120 V, S = 3050 VA.



h) Calculer la capacité du condensateur.
i) Trouver le facteur de puissance vu par la source.

Exercice 4

a)

$$I_A = \frac{|S_A|}{E_A} = \frac{|S|}{E} = \frac{2369}{120} = 19{,}74 \quad \text{A} \qquad \color{red}{(1{,}0)}$$

b)

$$fp_A = \frac{P_A}{|S_A|} = \frac{P}{|S|} = \frac{1990}{2369} = 0{,}84\, inductif \qquad \color{red}{(0{,}5)}$$

c)

$$\mathrm{P}_B = P - P_A = 3000 - 1990 = 1010 \quad \text{W} \qquad \color{red}{(0{,}5)}$$

$$Q_B = Q_{A+B} - Q_A$$

$$Q_A = \sqrt{\left(S_A^2 - P_A^2\right)} = \sqrt{\left(2369^2 - 1990^2\right)} = 1285 \quad \text{var}$$

$$Q_{A+B} = \sqrt{\left(S_{A+B}^2 - P_{A+B}^2\right)} = \sqrt{\left(3750^2 - 3000^2\right)} = 2250 \quad \text{var}$$

$$Q_B = Q_{A+B} - Q_A = 2250 - 1285 = 965 \quad \text{var} \qquad \color{red}{(0{,}5)}$$

d) La charge B est inductive puisque sa puissance réactive est positive. (0,5)

e)

$$I_B = \frac{|S_B|}{E_B} = \frac{\sqrt{\left(P_B^2 + Q_B^2\right)}}{E} = \frac{\sqrt{\left(1010^2 + 965^2\right)}}{120} = 11{,}64 \quad \text{A} \qquad \color{red}{(1{,}0)}$$

f)

$$fp_B = \frac{P_B}{|S_B|} = \frac{P_B}{\sqrt{\left(P_B^2 + Q_B^2\right)}} = \frac{1010}{\sqrt{\left(1010^2 + 965^2\right)}} = 0{,}723\, inductif \qquad \color{red}{(0{,}5)}$$

g)

$$I_S = \frac{|S|}{E} = \frac{3750}{120} = 31,25 \quad \text{A} \qquad (1,0)$$

h)

Avant la correction du facteur de puissance:

$$P_{Savant} = P_{CH} = P_A + P_B = 3000 \quad \text{W}$$

$$Q_{Savant} = Q_{CH} = Q_A + Q_B = 2250 \quad \text{var}$$

$$S_{Savant} = S_{CH} = 3750 \quad \text{VA}$$

Après la correction du facteur de puissance:

$$P_{Saprès} = P_{Savant} = P_{CH} = P_A + P_B = 3000 \quad \text{W}$$

$$S_{Saprès} = 3050 \quad \text{VA}$$

$$Q_{Saprès} = \sqrt{\left(S_{Saprès}^2 - P_{Saprès}^2\right)} = \sqrt{\left(3050^2 - 3000^2\right)} = 550 \quad \text{var}$$

$$Q_C = Q_{Saprès} - Q_{Savant} = -1700 \quad \text{var}$$

$$X_C = \frac{E^2}{Q_C} = \frac{120^2}{-1700} = -8,47 \quad \Omega$$

$$C = \frac{1}{\omega \cdot X_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot (-8,47)} = 313 \quad \mu\text{F} \qquad (1,0)$$

i)

$$fp_S = \frac{P}{|S|} = \frac{3000}{3050} = 0,984 \ \textit{inductif} \qquad (0,5)$$

Le facteur de puissance est toujours inductif puisque la source fournit toujours de la puissance réactive.