



ÉCOLE  
POLYTECHNIQUE  
MONTRÉAL

Le génie  
sans frontières

PROGRAMME DE GÉNIE DES MATÉRIAUX

Note finale:

150

NOM (en majuscules):

CORRIGÉ

PRÉNOM :

SIGNATURE :

MATRICULE :

SECTION :

## COURS ING1035 - MATÉRIAUX

EXAMEN FINAL

du 23 avril 2003

de 9h30 à 12h00

### FORMULAIRE DE RÉPONSES

- NOTES :
- ◆ Aucune documentation permise.
  - ◆ Calculatrice non programmable autorisée.
  - ◆ Les nombres en marge de droite indiquent le nombre de points accordés à la question. Le total est de **60** points.
  - ◆ La cote maximale de l'examen est de **50** points.
  - ◆ **Pour les questions nécessitant des calculs, aucun point ne sera accordé à la bonne réponse si le développement n'est pas écrit.**
  - ◆ **Utilisez les espaces prévus ou la page opposée pour vos calculs.**
  - ◆ Le questionnaire comprend **12** pages, incluant les annexes (si mentionnés) et le formulaire général.
  - ◆ Le formulaire de réponses comprend **10** pages.
  - ◆ Le corrigé comprend 12 pages (avec les annexes)
  - ◆ Vérifiez le nombre de pages de votre questionnaire et de votre formulaire de réponse.

**1. EXERCICE n° 1 (Dégradation)**

**1.a) Réactions anodique et cathodique**

Notez **A** (pour anodique) et **C** (pour cathodique) dans les cases appropriées

|  |          |
|--|----------|
|  |          |
| $O_2 + 2 H_2O + 4 e^- \rightleftharpoons 4 OH^-$ |          |
| $O_2 + 4 H^+ + 4 e^- \rightleftharpoons 2 H_2O$  | <b>C</b> |
| $Fe^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons Fe$           |          |
| $Mg^{2+} + 2e^- \rightleftharpoons Mg$           | <b>A</b> |
| $2H^+ + 2 e^- \rightleftharpoons H_2$            |          |

(1 pt)

**1.b) Différence de potentiel entre l'anode et la cathode**

Justifiez votre réponse.

Puisque la cuve d'acier du chauffe-eau et l'anode sacrificielle de magnésium sont en contact électrique direct, il n'existe donc aucune différence de potentiel entre elles.

Remarque : ceci signifie pas que le potentiel absolu auquel toutes deux se trouvent est égal à zéro (0) !

|                  |
|------------------|
| <b>ddp = 0 V</b> |
|------------------|

(1 pt)

**1.c) Fréquence de remplacement de l'électrode de Mg**

Justifiez votre réponse.

Masse initiale de l'électrode :  $m_0 = \rho V = \rho(\pi l D^2/4) = 1,74 \times (\pi \times 22 \times 1,5^2/4) = 67,65 \text{ g}$

Masse de Mg à consommer avant remplacement de l'électrode :  $m = 0,8 \times m_0 = 54,12 \text{ g}$

Le temps requis pour que cette masse **m** soit corrodée est donné par la loi de Faraday :

$$t = \frac{mnF}{Ai_{\text{corr}}} = \frac{54,12 \times 2 \times 9,648 \times 10^4}{24,3 \times 4,5 \times 10^{-3}} = 9,551 \times 10^7 \text{ s} = 1105 \text{ jours} = 36,85 \text{ mois}$$

|                       |
|-----------------------|
| <b>t = 36,85 mois</b> |
|-----------------------|

(3 pts)

**2. Exercice n° 2 (Propriétés physiques)**

Répondez par **M** (métal) ou **SC** (semi-conducteur) dans la(les) case(s) appropriées :

| Variation de la conductivité électrique quand la température augmente |           |
|---|-----------|
| La conductivité croît linéairement                                    | ---       |
| La conductivité décroît linéairement                                  | <b>M</b>  |
| La conductivité croît exponentiellement                               | <b>SC</b> |
| La conductivité décroît exponentiellement                             | ---       |
| La conductivité reste constante                                       | ---       |

(1 pt)

**3. Exercice n° 3 (Propriétés physiques)**

**3.a) « Composition + État » pour obtenir un faible champ coercitif  $H_C$**

Justification :

Pour que le champs coercitif  $H_C$  soit le plus faible possible, il faut que **le déplacement des parois de Bloch** (délimitant les domaines de Weiss) **soit le plus aisé possible**, c'est-à-dire que **la microstructure du matériau contienne peu d'obstacles à ce déplacement**.

Par ordre croissant de sévérité, ces obstacles sont les atomes en solution solide (d'insertion ou de substitution), les dislocations, les joints de grains, les précipités d'une autre phase.

Ici, nous choisirons donc l'alliage  $C_1$  (plus faible % d'élément d'alliage B) à l'**état 1**, qui conduit à des obstacles (atomes de B en solution solide) qui sont peu efficaces pour gêner le déplacement des parois de Bloch.

|             |                         |         |
|-------------|-------------------------|---------|
| Composition | <b><math>C_1</math></b> | (2 pts) |
| État        | <b>1</b>                |         |

**3.b) « Composition + État » pour obtenir un fort champ coercitif  $H_C$**

Justification :

Selon les principes donnés dans la justification de la question précédente, pour que le champs coercitif  $H_C$  soit le plus élevé possible, il faut que **le déplacement des parois de Bloch** (délimitant les domaines de Weiss) **soit le moins aisé possible**, c'est-à-dire que **la microstructure du matériau contienne beaucoup d'obstacles efficaces gênant ce déplacement**.

Ici, nous choisirons donc l'alliage  $C_2$  qui contient un % d'élément d'alliage B plus élevé, lui permettant ainsi de subir un traitement thermique de durcissement structural (**état 4**). Ce traitement conduit à une microstructure contenant de fins précipités dispersés de façon homogène dans les grains et ayant une courte distance entre eux. Ces précipités forment des obstacles efficaces pour gêner le déplacement des parois de Bloch.

|             |                         |         |
|-------------|-------------------------|---------|
| Composition | <b><math>C_2</math></b> | (2 pts) |
| État        | <b>4</b>                |         |

**4. Exercice n° 4 (Matières plastiques)**

*Pour chaque question (a, b, c, d, e), répondez par le(les) chiffre(s) correspondant aux bonnes réponses :*

| Question | Bonne(s) réponse(s) | (5 pts) |
|----------|---------------------|---------|
| a)       | <b>4</b>            |         |
| b)       | <b>2, 4</b>         |         |
| c)       | <b>3, 5</b>         |         |
| d)       | <b>2, 5</b>         |         |
| e)       | <b>4</b>            |         |

**5. Exercice n° 5 (Céramiques)**

**5.a) Face où s'amorce la rupture**

Répondez par **I** (interne) ou **E** (externe) et justifiez votre réponse :

Sous l'effet du choc thermique, la face interne se dilate plus que la face externe. Elle soumet donc cette face externe à des forces de tension, alors qu'elle-même subit des forces de compression car elle ne peut pas se dilater librement.

Puisque la résistance à la traction  $R_{mt}$  du verre est inférieure à sa résistance à la compression  $R_{mC}$ , la rupture s'amorcera sur la face externe **E**.

Face : **E** (1 pt)

**5.b) Température maximale**

Justification :

La variation critique  $\Delta\theta^*$  de température entraînant la rupture du disque est donnée par la relation suivante :

$$\Delta\theta^* = R_1 = \frac{R_{mt} f(v)}{E\alpha} = \frac{200 \times 10^6 \times (1 - 0,25)}{70 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-6}} = 268 \text{ °C}$$

La température maximale sera donc égale à :  $\theta = \Delta\theta^* + 20 = 288 \text{ °C}$

$\theta =$  **288** °C (2 pts)

**5.c) Résistance à la traction du disque rayé**

Justification :

Puisque l'on connaît la ténacité  $K_{IC}$  du verre, on peut en déduire la contrainte nominale de traction  $\sigma_{nom}$  entraînant la rupture du verre contenant une rayure de profondeur  $a$  :

$$K_{IC} = \alpha \sigma_{nom} \sqrt{\pi a} \quad \rightarrow \quad \sigma_{nom} = \frac{K_{IC}}{\alpha \sqrt{\pi a}} = \frac{0,5}{1,15 \sqrt{\pi \times 4 \times 10^{-5}}} = 38,8 \text{ MPa}$$

Cette contrainte critique devient ainsi la résistance à la traction  $R_{mt}^*$  du verre ayant des rayures de 40  $\mu\text{m}$  de profondeur.

$R_m =$  **38,8** MPa (1 pt)

**5.d) Température maximale pour le disque rayé**

Justification :

La variation critique de température étant directement proportionnelle à la résistance à la traction du verre, sa valeur  $\Delta\theta_r^*$  pour le verre rayé est donc égale à :

$$\Delta\theta_r^* = \Delta\theta^* (R_{mt}^* / R_{mt}) = 269 \times (38,8 / 200) = 51,98 \text{ °C} \approx 52 \text{ °C}$$

La température maximale sera donc égale à :  $\theta = \Delta\theta_r^* + 20 = 72 \text{ °C}$

$\theta =$  **72** °C (1 pt)

## 6. Exercice n° 6 (Composites)

### 6.a) Valeur recherchée pour le module d'Young $E_C$ du composite

Justification :

D'après la règle des mélanges appliquée aux modules, on en déduit le module  $E_C$  du composite contenant 22% de fibres de carbone :

$$E_C = V_f E_f + (1 - V_f) E_m = (0,22 \times 200) + (1 - 0,22) \times 4 = 47,12 \text{ GPa}$$

$$E_C = \mathbf{47,1} \text{ GPa} \quad (1 \text{ pt})$$

### 6.b) Fraction volumique de fibres de verre requise

Justification :

D'après la règle des mélanges appliquée aux modules, on en déduit la fraction volumique  $V_f$  de fibres de verre, requise pour obtenir une valeur donnée du module  $E_C$  :

$$V_f = (E_C - E_m) / (E_f - E_m) = (47,1 - 4) / (70 - 4) = 0,653 = 65,3\%$$

$$V_f = \mathbf{65,3} \text{ \%}$$

(1 pt)

### 6.c) Composite ayant un comportement fragile

Dans la case réponse, répondez par **V** (verre) ou **C** (carbone) et justifiez votre réponse :

Si le composite a un comportement fragile en traction (comportement élastique jusqu'à sa rupture), le renfort fragile se rompt avant que la matrice ductile ne se soit déformée plastiquement. Il faut donc comparer la valeur de l'allongement à la rupture  $A_f$  du renfort à celle de la déformation  $\epsilon_{\text{élm}}$  de la matrice pour laquelle la déformation plastique de cette matrice apparaît. On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} \text{Pour les fibres de carbone :} & \quad (A_f)_C = (R_m/E)_C = (3/200) = 1,5 \times 10^{-2} = 1,5 \% \\ \text{Pour les fibres de verre :} & \quad (A_f)_V = (R_m/E)_V = (1,7/70) = 2,43 \times 10^{-2} = 2,43 \% \\ \text{Pour la matrice d'époxy :} & \quad \epsilon_{\text{élm}} = R_{\text{cm}}/E_m = (65/4000) = 1,625 \times 10^{-2} = 1,625 \% \end{aligned}$$

Puisque  $(A_f)_C < \epsilon_{\text{élm}}$  et que  $(A_f)_V > \epsilon_{\text{élm}}$ , le composite renforcé de **fibres de carbone** présentera un comportement fragile en traction,

$$\text{Composite :} = \mathbf{C} \quad (2 \text{ pts})$$

### 6.d) Résistance à la traction du composite choisi à la question précédente

Justification :

D'après la règle des mélanges appliquée aux contraintes à l'instant de la rupture des fibres de carbone, on obtient la relation suivante :

$$R_{mC} = V_f R_{mf} + (1 - V_f) \sigma_m \quad (1)$$

où  $\sigma_m$  est la contrainte existant dans la matrice à l'instant de la rupture. Puisque la matrice est en régime de déformation élastique, la valeur de  $\sigma_m$  est donnée par :

$$\sigma_m = E_m (A_f)_C \quad (2)$$

En combinant les relations (1) et (2), on obtient :

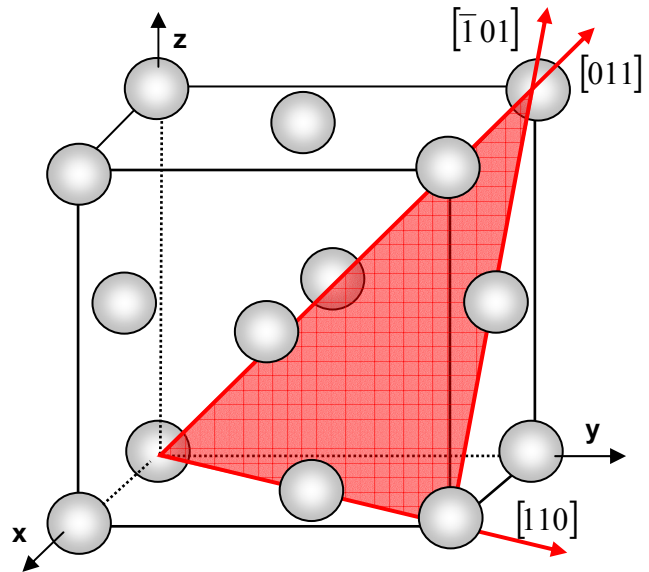
$$R_{mC} = V_f R_{mf} + (1 - V_f) E_m (A_f)_C$$

$$R_{mC} = (0,22 \times 3000) + [(1 - 0,22) \times 4000 \times 1,5 \times 10^{-2}]$$

$$R_m = \mathbf{706,8} \text{ MPa} \quad (1 \text{ pt})$$

**7. Exercice n° 7**

**7.a) Plan réticulaire  $(\bar{1}\bar{1}1)$  du cuivre**



(1,5 pts)

**7.b) Caractéristique de la famille  $\{111\}$**

Justification :

Dans le réseau CFC du cuivre, la famille  $\{111\}$  est la famille de **plans de plus grande densité atomique**, car tous les atomes contenus dans ce type de plan se touchent, alors que cette caractéristique ne se retrouve pas dans les familles de plans dont les indices **h, k et l** ne sont tous pas égaux à 1. (1 pt)

**7.c) Systèmes de glissement associés au plan  $(\bar{1}\bar{1}1)$**

Justification :

Un système de glissement est constitué d'un **plan de plus grande densité atomique** et d'une **direction de plus grande densité atomique située dans ce plan**. Dans le réseau CFC du cuivre, les directions de plus grande densité atomiques sont les directions de type  $\langle 110 \rangle$  (diagonales des faces). Il y a donc **3 systèmes de glissement** (voir fig. ci-dessus)

Indépendance :

Seuls deux (2) de ces 3 systèmes sont indépendants, car un glissement dans une direction donnée peut toujours être obtenu par la somme vectorielle de glissements effectués dans les deux autre directions..

**Les 3 systèmes ne sont donc pas totalement indépendants l'un de l'autre.**

| Système                        |
|--------------------------------|
| $(\bar{1}\bar{1}1)[110]$       |
| $(\bar{1}\bar{1}1)[011]$       |
| $(\bar{1}\bar{1}1)[\bar{1}01]$ |
| -----                          |

(2 pts)

**7.d) Directions de glissement associées au plan  $(\bar{1}\bar{1}1)$**

Tracez ces directions dans la maille ci-dessus et identifiez les par leurs indices.

(1,5 pts)

Voir réponse sur la figure ci-dessus

**7.e) Direction de traction entraînant un glissement dans le plan  $(\bar{1}\bar{1}1)$**

Répondez par **A** ou **B** dans la case et justifiez votre réponse :

Si la direction de traction est perpendiculaire au plan de glissement, il n'y a aucune composante de cisaillement  $\tau$  s'exerçant dans le plan de glissement considéré. Or, on constate que la direction de traction  $[\bar{1}\bar{1}1]$  (direction **B**) est perpendiculaire au plan considéré car ses indices  $[uvw]$  sont respectivement égaux aux indices de Miller  $(hkl)$  du plan. **Seule la direction de traction A (axe  $[001]$ ) peut produire un glissement dans le plan  $(\bar{1}\bar{1}1)$ .**

**A**

(1 pt)

**7.f) Système(s) de glissement activé(s)**

Justification :

Si la direction de traction **A** est perpendiculaire à l'une des 3 directions potentielles de glissement, il ne peut y avoir de glissement cristallographique le long de cette direction, puisqu'il n'y a aucune composante de cisssion  $\tau$  s'exerçant selon cette direction de glissement. Donc, si le produit scalaire de la direction de traction et de la direction potentielle de glissement est nul, il n'y aura pas de glissement sur ce système. En appliquant cette méthode, on constate que **la direction de traction A (axe [001]) peut produire un glissement le long des directions de glissement [011] et  $[\bar{1}01]$ .**

|                                |         |
|--------------------------------|---------|
| $(\bar{1}\bar{1}1)[011]$       | (2 pts) |
| $(\bar{1}\bar{1}1)[\bar{1}01]$ |         |

**7.g) Phénomène physique apparaissant dans le monocristal**

Justification :

Il y a **mise en mouvement des dislocations** situées dans le plan de glissement du monocristal (activation de glissement cristallographique)

(1 pt)

**7.h) Cisssion critique de glissement dans le cuivre de haute pureté**

Justification :

La cisssion  $\tau$  s'exerçant dans le plan de glissement  $(\bar{1}\bar{1}1)$  et le long d'une des deux directions de glissement ( $[\bar{1}01]$  ou  $[011]$ ) est donnée par la relation suivante :  $\tau = \sigma_{nom} \cos\theta \cos\chi$  où  $\theta$  est l'angle entre la direction de traction  $[001]$  et l'une des directions de glissement et  $\chi$  est l'angle entre la direction de traction et la normale  $[\bar{1}\bar{1}1]$  au plan de glissement. Les valeurs de  $\cos\theta$  et de  $\cos\chi$  sont obtenues en faisant le produit scalaire des directions considérées. On obtient ainsi :

$$\cos\theta = 1/\sqrt{2} = 0,707 \qquad \cos\chi = 1/\sqrt{3} = 0,577$$

La cisssion critique  $\tau^*$  est donc égale à :

$$\tau^* = 1,225 \times 0,707 \times 0,577 = \mathbf{0,50 \text{ MPa}}$$

|                                      |        |
|--------------------------------------|--------|
| $\tau^* = \mathbf{0,50 \text{ MPa}}$ | (1 pt) |
|--------------------------------------|--------|

**7.i) Limite proportionnelle d'élasticité théorique du cuivre polycristallin**

Justification :

Dans un polycristal où les grains sont orientés aléatoirement, le glissement cristallographique apparaît tout d'abord dans les grains ayant le facteur de Schmid  $\cos\theta \cdot \cos\chi$  le plus élevé. La valeur maximale de ce facteur est égale à 0,5. Donc la limite proportionnelle d'élasticité  $R_e$  du cuivre de haute pureté devrait être égale à 2 fois la cisssion critique  $\tau^*$  obtenue à la question précédente :

$$R_e = 2 \tau^* = 2 \times 0,5 \text{ MPa} = \mathbf{1 \text{ MPa}}$$

|                                |        |
|--------------------------------|--------|
| $R_e = \mathbf{1 \text{ MPa}}$ | (1 pt) |
|--------------------------------|--------|

**7.j) Raison de la différence.**

Raison 1 :

Comparé au cuivre de haute pureté (99,999 % Cu), le cuivre commercialement pur (99,9 %Cu) contient donc un certain % d'atomes étrangers en solution solide. La présence de ces atomes dans le réseau cristallin du cuivre (soit en substitution, soit en insertion) conduit à une augmentation de la limite proportionnelle d'élasticité  $R_e$  par le **mécanisme de durcissement par solution solide.**

(2 pts)

Raison 2 :

Lorsque l'on dit que  $R_e = 2 \tau^*$ , on ne prend pas en compte le fait qu'il existe des joints de grains dans le polycristal. La présence de ces **joints de grains qui sont des obstacles au mouvement des dislocations** entraîne aussi une augmentation de la limite proportionnelle d'élasticité  $R_e$ . C'est le **mécanisme de durcissement par affinement des grains.**

**8. Exercice n° 8**

**8.a) Composition nominale de l'acier en carbone.**

Justification :

Connaissant la valeur des fractions massiques soit de ferrite ( $f_\alpha$ ), soit de cémentite ( $f_{Fe_3C}$ ), on applique la règle des bras de leviers afin d'en déduire la composition nominale  $C_0$  de l'acier. En raisonnant par exemple avec la ferrite, on obtient ainsi :  $f_\alpha = (C_{Fe_3C} - C_0)/(C_{Fe_3C} - C_\alpha) \rightarrow C_0 = C_{Fe_3C} - f_\alpha(C_{Fe_3C} - C_\alpha)$ .  
À température ambiante, la solubilité du carbone dans la ferrite est négligeable et  $C_\alpha \cong 0$ .

Donc  $C_0 \cong C_{Fe_3C} - f_\alpha(C_{Fe_3C}) = 6,68 - (0,913 \times 6,68) = 0,58 \text{ \%m C}$

|                                   |
|-----------------------------------|
| $C_0 = 0,58 \text{ \%m C}$ (1 pt) |
|-----------------------------------|

**8.b) Phases en présence à 724 °C**

| Phase                                  | Composition (%C) | Proportion (%m) |
|--|------------------|-----------------|
| <b>Austénite (<math>\gamma</math>)</b> | <b>0,8</b>       | <b>71,9</b>     |
| <b>Ferrite (<math>\alpha</math>)</b>   | <b>0,022</b>     | <b>28,1</b>     |
| -----                                  | -----            | -----           |
| -----                                  | -----            | -----           |

(2 pts)

**8.c) Fraction massique de perlite à 20 °C**

Justification :

La perlite se forme à 723 °C au cours de la réaction eutectoïde que subit l'austénite présente à 724 °C. Par conséquent la fraction massique de perlite est égale à la fraction massique d'austénite présente à 724 °C et calculée à la question ci-dessus.

|                                 |
|---------------------------------|
| $f_p = 71,9 \text{ \%m}$ (1 pt) |
|---------------------------------|

**8.d) Constituants et dureté de l'acier après traitement thermique**

| Traitement | Constituants             | Dureté (HRC) |
|------------|--------------------------|--------------|
| <b>1</b>   | <b>Ferrite (a)</b>       | <b>14</b>    |
|            | <b>Perlite grossière</b> |              |
|            | -----                    |              |
| <b>2</b>   | <b>Martensite</b>        | <b>62</b>    |
|            | -----                    |              |
|            | -----                    |              |
| <b>3</b>   | <b>Bainite</b>           | <b>ND</b>    |
|            | <b>Martensite</b>        |              |
|            | -----                    |              |

(6 pts)



**9. Exercice n° 9**

**9.a) TTDF de l'acier**

| TTDF          | °C  |
|---------------|-----|
| 25 J          | -20 |
| 50 %ductilité | 0   |

(1 pt)

**9.b) Ténacité  $K_{IC}$  de l'acier**

Justification :

L'énergie Charpy absorbée à 20 °C est égale à 75 J. Grâce à la courbe donnant la corrélation empirique existant entre cette énergie et la ténacité  $K_{IC}$ , on en déduit que  $K_{IC} = 65 \text{ MPa.m}^{1/2}$

$$K_{IC} = 66 \text{ MPa.m}^{1/2} \quad (1 \text{ pt})$$

**9.c) Amplitude de contrainte du chargement cyclique**

Justification :

Par définition, l'amplitude de contrainte  $\sigma_a$  est égale à  $(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2$ , où  $\sigma_{\max}$  et  $\sigma_{\min}$  sont respectivement la contrainte maximale et la contrainte minimale du chargement cyclique.

Dans le cas présent,  $\sigma_{\min} = 0$ , donc  $\sigma_a = \sigma_{\max}/2 = 180/2 \text{ MPa} = 90 \text{ MPa}$

$$\sigma_a = 90 \text{ MPa} \quad (1 \text{ pt})$$

**9.d) Vitesse de propagation de la fissure au moment de sa découverte**

Justification :

La variation  $\Delta K$  du facteur d'intensité de contrainte associé à la fissure est égale à :

$$\Delta K = \alpha \Delta \sigma \sqrt{\pi a} = \alpha (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) \sqrt{\pi a}$$

Dans ce cas,  $\sigma_{\max} = 180 \text{ MPa}$ ;  $\sigma_{\min} = 0$ ;  $a = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$ ;  $\alpha = 1,15$ .

On obtient une valeur de  $\Delta K = 16,41 \text{ MPa.m}^{1/2}$ .

En portant cette valeur dans la relation de Paris, on obtient :

$$da/dN = 3,5 \times 10^{-12} \times (16,41)^4 = 2,54 \times 10^{-7} \text{ m/cycle}$$

$$da/dN = 2,54 \times 10^{-7} \text{ m/cycle} \quad (2 \text{ pts})$$

**9.e) Longueur critique de la fissure**

Justification :

Le facteur critique d'intensité de contrainte  $K_{IC}$  de l'acier étant connu (question 9.b ci-dessus) ainsi que la contrainte  $\sigma_{\max}$  appliquée à la pièce, il est alors aisé d'en déduire la longueur critique  $a_c$  de la fissure, qui entraînera une rupture brutale, apparemment fragile de la pièce :

$$K_{IC} = \alpha \sigma_{\max} \sqrt{\pi a_c} \quad \rightarrow \quad a_c = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{IC}}{\alpha \sigma_{\max}} \right)^2$$

Dans ce cas :  $\sigma_{\max} = 180 \text{ MPa}$ ;  $K_{IC} = 66 \text{ MPa.m}^{1/2}$ ;  $\alpha = 1,15$ .

On obtient une longueur critique :  $a_c = 3,24 \times 10^{-2} \text{ m} = 32,4 \text{ mm}$

$$a_c = 32,4 \text{ mm} \quad (1 \text{ pt})$$

**9.f) Durée de vie résiduelle de la pièce exprimée en cycles**

Justification :

L'équation de la droite de Paris est de la forme :  $da/dN = C\Delta K^n$  (1)  
avec les constantes **C** et **n** connues :  $C = 3,5 \times 10^{-12}$  et  $n = 4$

En rappelant ici que  $\Delta K = K_{max}$  et en utilisant la définition de  $K_{max}$ , l'équation (1) s'écrit alors :

$$da/dN = C\Delta K^n = C(\alpha\sigma_{max}\sqrt{\pi a})^n = C(\alpha\sigma_{max}\sqrt{\pi})^n a^{n/2} = Ba^{n/2} \quad (2)$$

avec  $B = C(\alpha\sigma_{max}\sqrt{\pi})^n = cste = 3,5 \times 10^{-12} (1,15 \times 180 \times \sqrt{\pi})^4 = 6,342 \times 10^{-2}$

En séparant les variables dans l'équation (2), on obtient l'équation (3) ci-dessous que l'on peut aisément intégrer en prenant comme bornes d'intégration la longueur initiale  $a_0$  et la longueur finale  $a_F$  de la fissure. On obtient ainsi l'équation (4) :

$$dN = \frac{1}{B} \frac{da}{a^{n/2}} = \frac{1}{B} \frac{da}{a^2} \quad (3)$$

$$[N]_{a_0}^{a_F} = \frac{1}{B} \int_{a_0}^{a_F} \frac{da}{a^2} = \frac{1}{B} \left[ \frac{-1}{a} \right]_{a_0}^{a_F} = \frac{1}{B} \left[ \frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_F} \right] \quad (4)$$

Avec la valeur de B trouvée ci-dessus et pour  $a_0 = 2$  mm et  $a_F = 22$  mm, on obtient :

$$[N]_{a_0}^{a_F} = \frac{1}{B} \left[ \frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_F} \right] = \frac{1}{6,342 \times 10^{-2}} \left[ \frac{1}{2 \times 10^{-3}} - \frac{1}{22 \times 10^{-3}} \right] = 7167 \text{ cycles}$$

**N = 7 167 cycles** (3 pts)

**9.g) Durée de vie résiduelle de la pièce exprimée en jours**

Justification :

Si la fréquence de sollicitation est **f** (ici  $10^{-3}$  Hz =  $10^{-3}$  s<sup>-1</sup>), la durée de vie résiduelle **n** de la pièce, exprimée en secondes (s), est égale à :

$$n = N/f$$

où **N** est le nombre de cycles résiduels.

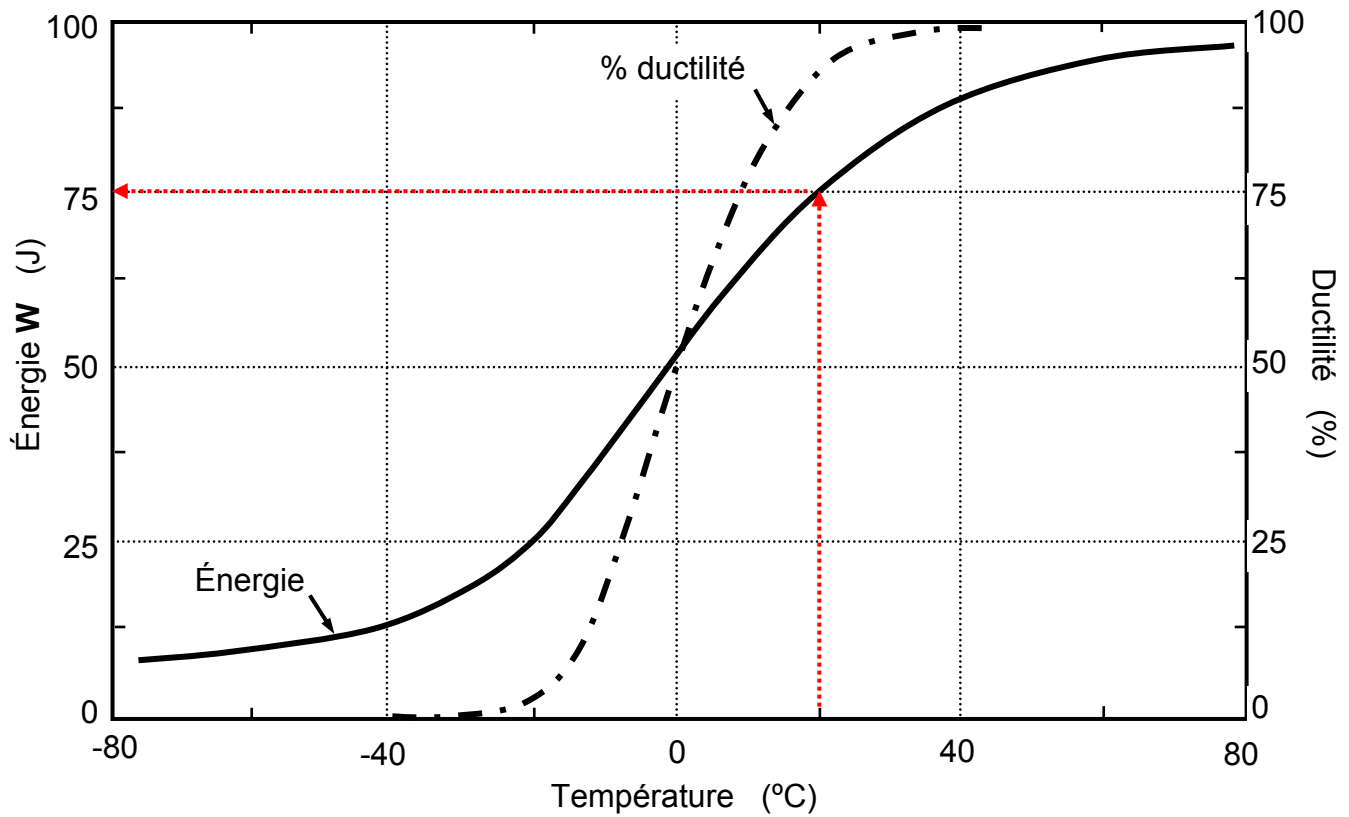
Avec la valeur de **N** trouvée à la question précédente, on obtient :  $n = 7,167 \times 10^6$  s

Puisqu'il y a 86 400 s dans un jour (86 400 = 60 x 60 x 24), la durée de vie résiduelle **n** de la pièce jusqu'à son remplacement est égale à :

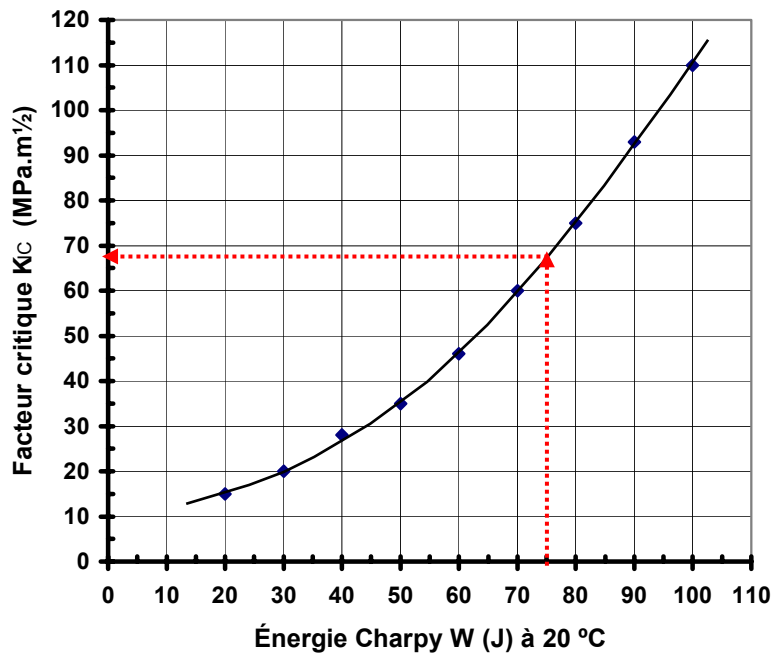
$$n = 7,167 \times 10^6 / 86400 = 82,95 \text{ jours}$$

**n = 83 jours** (1 pt)

**ANNEXES**  
**Exercice n° 9 : Comportement mécanique de l'acier**

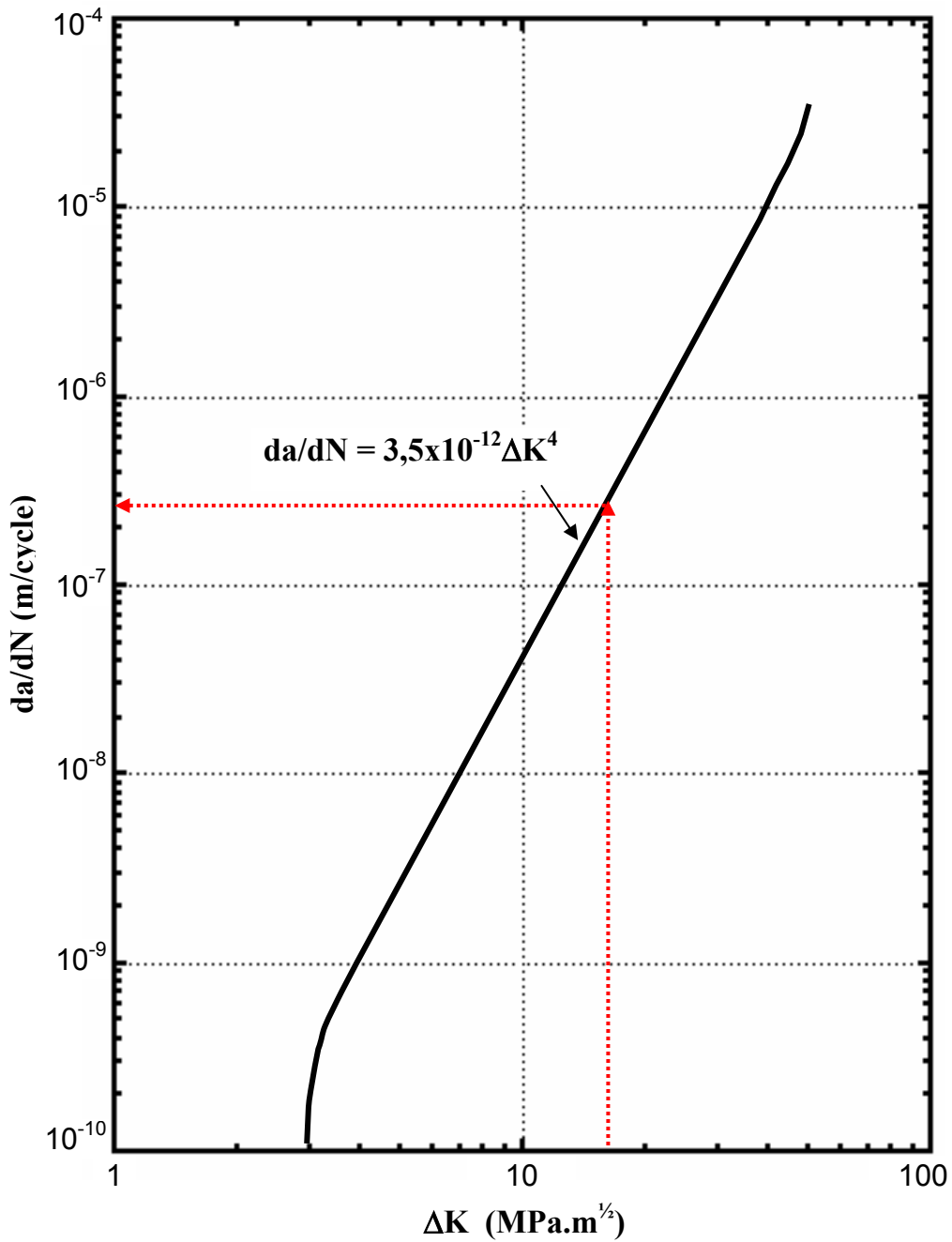


**Courbes de résilience Charpy de l'acier**



**Corrélation expérimentale  
entre la résilience Charpy  
à 20 °C et la ténacité  $K_{IC}$   
de l'acier à 20 °C**

**ANNEXES**  
**Exercice n° 9 : Comportement mécanique de l'acier**



**Variation de la vitesse de propagation  $da/dN$  d'une fissure de fatigue dans l'acier en fonction du facteur d'intensité de contrainte  $\Delta K$**