

NOM (en majuscules):

**CORRIGÉ**

Version révisée 20/02/2002

PRÉNOM :

SIGNATURE :

MATRICULE :

SECTION :

## COURS ING1035 - MATÉRIAUX

Contrôle N° 1

du 19 février 2002

de 8h45 à 10h20

### FORMULAIRE DE RÉPONSES

- NOTES :
- ◆ Aucune documentation permise.
  - ◆ Moyen de calcul : calculatrices autorisées seulement.
  - ◆ Les nombres en marge de droite indiquent le nombre de points accordés à la question. Le total est de **25** points.
  - ◆ **Pour les questions nécessitant des calculs, aucun point ne sera accordé à la bonne réponse si le développement n'est pas écrit.**
  - ◆ **Utilisez les espaces prévus ou la page opposée pour vos calculs**
  - ◆ Le questionnaire comprend **8** pages, incluant les annexes (si mentionnés) et le formulaire général.
  - ◆ Le formulaire de réponses comprend **6** pages.
  - ◆ Vérifiez le nombre de pages de votre questionnaire et de votre formulaire de réponse.

## 1. EXERCICE n° 1

### 1.a) Module d'Young $E$ de l'acier 1060.

Justification :

Module d'Young  $E = \sigma/\epsilon$  (dans le domaine élastique). Avec la courbe brute de traction donnée, on obtient :

$$E = \frac{F}{S_0} \frac{L_0}{\Delta L}, \text{ où } S_0 \text{ et } L_0 \text{ sont respectivement la section initiale et la longueur initiale de l'éprouvette.}$$

En prenant les coordonnées  $\Delta L$  et  $F$  d'un des points de la droite élastique, on obtient ainsi  $E$  :

$E = 208 \text{ GPa}$	(1 pt)
-----------------------	--------

### 1.b) Limite proportionnelle d'élasticité $R_e$ de l'acier 1060.

Justification :

Correspond à la transition  $F_e$  (= 40 kN) entre le domaine de déformation élastique et le domaine de déformation plastique (voir fig. en annexe). La limite proportionnelle d'élasticité  $R_e$  est égale à  $F_e/S_0$ .

$R_e = 354 \text{ MPa}$	(1 pt)
-------------------------	--------

### 1.c) Limite conventionnelle d'élasticité $R_{e0,2}$ de l'acier 1060.

Justification :

Correspond à la force  $F_{e0,2}$  (= 50 kN) définie par l'intersection de la courbe de traction et de la parallèle à la droite élastique passant par un allongement permanent de 0,2 mm puisque  $L_0 = 100$  mm (voir fig. en annexe). La limite conventionnelle d'élasticité  $R_{e0,2}$  est égale à  $F_{e0,2}/S_0$ .

$R_{e0,2} = 442 \text{ MPa}$	(1 pt)
------------------------------	--------

### 1.d) Résistance à la traction $R_m$ de l'acier 1060.

Justification :

Correspond à la force  $F_{max}$  (= 88 kN) au maximum de la courbe de traction (voir fig. en annexe). La résistance à la traction  $R_m$  est égale à  $F_m/S_0$ .

$R_m = 778 \text{ MPa}$	(1 pt)
-------------------------	--------

### 1.e) Allongement permanent $A$ après rupture

Justification :

Allongement permanent après rupture  $A = A_f - A_{el}$ ,

$A_f$  est l'allongement total à l'instant de la rupture et  $A_{el}$  est le retour élastique se produisant à la rupture :

$$A_f = 100(\Delta L_f/L_0) \quad A_{el} = 100(\sigma_f/E) = 100[F_f/(S_0E)]$$

où  $\Delta L_f$  (= 24 mm) et  $F_f$  (= 85 kN) sont les coordonnées du dernier point de la courbe de traction (voir fig. en annexe).  $E$  est le module d'Young de l'acier.

Avec les valeurs numériques trouvées, on obtient :

$$A_f = 24 \% \quad A_{el} = 0,36 \% \quad A = 23,64 \%$$

$A = 23,6 \%$	(1 pt)
---------------	--------

**1.f) Énergie élastique  $w_{él}$  emmagasinée dans l'éprouvette juste avant sa rupture.**

Justification :

L'énergie élastique  $W_{él}$ , emmagasinée par unité de volume de matériau à l'instant de la rupture, est égale à :

$$W_{él} = \frac{1}{2} \sigma_f \Delta \epsilon_l$$

Avec les définitions données ci-dessus, on obtient :

$$W_{él} = \frac{1}{2} \frac{F_f}{S_0} \frac{F_f}{S_0 E} = \frac{1}{2E} \left( \frac{F_f}{S_0} \right)^2$$

L'énergie élastique  $w_{él}$  emmagasinée dans l'éprouvette (de volume  $V_0 = S_0 L_0$ ) à l'instant de la rupture est égale à :

$$w_{él} = W_{él} V_0 = \frac{1}{2} \frac{F_f^2 L_0}{S_0 E}$$

Avec les données numériques, on obtient :

$w_{él} = 15,4 \text{ J}$

 (1 pt)

**2. Exercice n° 2**

**2.a) Indices de Miller du plan contenant les directions  $[\bar{1}01]$  et  $[0\bar{1}\bar{1}]$ .**

Justification :

Voir la figure en annexe

$(1\bar{1}1)$

 (1 pt)

**2.b) Rapport des densités surfaciques (Ca/F) dans le plan  $(1\bar{1}0)$ .**

Justification :

Ions appartenant en propre à la maille plane de ce plan (voir la figure en annexe):

Ions Ca :  $4 \times (1/4) + 2 \times (1/2) = 2$

Ions F :  $4 \times 1 = 4$

Le rapport des densités surfaciques est égal au rapport des ions en propre appartenant à la maille plane considérée:

$Ca/F = 1/2$

 (1 pt)

**2.c) Réseau de Bravais du fluorure de calcium.**

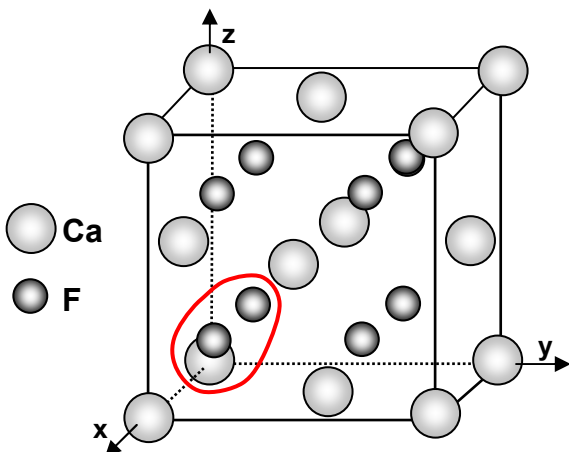
Justification :

Les ions Ca occupent les nœuds d'un réseau de Bravais cubique à face centrées (CFC)

**CFC**

 (1 pt)

**2.d) Motif du fluorure de calcium.**



Sur la figure ci-contre, encerclez les ions qui constituent un motif et donnez les coordonnées relatives de ces ions dans les cases ci-dessous.

Ion	Position
<b>Ca</b>	<b>0, 0, 0</b>
<b>F<sub>1</sub></b>	<b>1/4, 1/4, 1/4</b>
<b>F<sub>2</sub></b>	<b>3/4, 1/4, 1/4</b>

(1 pt)

**2.e) Formule chimique du fluorure de calcium.**

Justification :

On dénombre les ions appartenant en propre à la maille :

Ions Ca :  $8 \times (1/8) + 6 \times (1/2) = 4$       Ions F :  $8 \times 1 = 8$

Il y a donc 2 fois plus d'ions F que d'ions Ca. La formule chimique est donc

<b>CaF<sub>2</sub></b>	(1 pt)
------------------------	--------

**2.f) Masse volumique théorique du fluorure de calcium.**

Justification :

Masse des ions appartenant en propre à la maille :  $M = 4M_{Ca} + 8M_F = (4A_{Ca} + 8A_F)/N_A$

Volume de la maille  $V = a^3$

Masse volumique théorique :  $\rho = \frac{M}{V} = \frac{4A_{Ca} + 8A_F}{N_A a^3}$

Avec les données numériques, on obtient ainsi :

<b><math>\rho = 3,18</math> g/cm<sup>3</sup></b>	(1 pt)
--	--------

**3. Exercice n° 3**

**3.a) Longueur du vecteur de Burgers b des dislocations dans le fer.**

Justification :

Dans les métaux (liaisons non directionnelles), la longueur **b** du vecteur de Burgers est égale à la distance interatomique. Dans le réseau CC du fer, les atomes de fer se touchent selon la grande diagonale du cube. Par conséquent, on obtient :

$$b = a\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,249 \text{ nm}$$

<b>b = 0,249 nm</b>	(1 pt)
---------------------	--------

**3.b) Indices de Miller d'un système de glissement dans le fer.**

Justification :

Le glissement cristallographique se produit dans les plans de plus grande densité atomique et selon les directions de plus grande densité atomique, contenues dans ces plans. Pour les métaux CC, cette règle conduit aux plans {110} et aux directions <111>. Un exemple de système est donné dans les cases réponses ci-contre.

Plan	Direction
(110)	$[\bar{1}1\bar{1}]$

(1 pt)

**3.c) Cission critique de glissement  $\tau^*$  du fer monocristallin très pur .**

Justification :

On applique la loi de Schmid au système de glissement considéré :  $\tau^* = \frac{F}{S_0} \cos \theta \cos \chi$

Avec les données numériques disponibles, on obtient ainsi :  $\tau^* = 24,3 \text{ MPa}$

<b><math>\tau^* = 24,3</math> MPa</b>	(1 pt)
---------------------------------------	--------

**3.d) Limite proportionnelle d'élasticité du fer très pur .**

Justification :

Pour un polycristal, la limite proportionnelle d'élasticité  $R_e$  correspond à l'apparition des premiers glissements cristallographiques dans les grains les mieux orientés, c'est-à-dire ceux dont le facteur de Schmid est le plus élevé et égal à 0,5. Dans ce cas, la contrainte nominale à appliquer est  $R_e = 2\tau^*$

$R_e = 48,6 \text{ MPa}$	(1 pt)
--------------------------	--------

**3.e) Cause(s) de la différence.**

Cochez la (les) case(s) appropriées :

Raison	
Pour le fer polycristallin de haute pureté, la valeur de $R_e$ , déduite de la cission critique $\tau^*$ mesurée sur un monocristal, ne tient pas compte de l'effet de durcissement dû aux joints de grains présents dans le polycristal.	X
Dans le fer commercialement pur, il y a présence de nombreux précipités durcissants qui gênent le mouvement des dislocations.	
Le fer commercialement pur a subi une prédéformation, donc un durcissement par écrouissage.	
Dans le fer commercialement pur, il y a présence d'atomes d'impuretés, ce qui entraîne un durcissement par solution solide d'insertion ou de substitution.	X

**4. Exercice n° 4**

**4.a) Condition énergétique de propagation .**

Répondez par OUI ou NON et justifiez votre réponse :

La valeur critique de la contrainte nominale qui satisfait la condition énergétique est donnée par l'équation suivante :

$\sigma_{nom}^* = \sqrt{2E\gamma_s/\pi a} = 1,22 \text{ MPa}$  avec les valeurs numériques données. Or la contrainte nominale  $\sigma_{nom}$  appliquée à la plaque est égale à  $F/S_0 = F/[e(W - a)]$ , ce qui donne une valeur de **7,69 MPa**.

Comme cette contrainte est supérieure à la valeur critique, la condition énergétique

OUI	(1 pt)
-----	--------

**4.b) Rayon minimal pour qu'il n'y ait pas propagation brutale de l'entaille.**

Justification :

Pour qu'il n'y ait pas rupture, il faut que la contrainte locale  $\sigma_{loc}$  à la racine de l'entaille soit inférieure à la résistance à la traction  $R_m$  du verre. On obtient donc la relations suivante :  $\sigma_{loc} = K_t \sigma_{nom} = R_m$ .

On peut ainsi en déduire la valeur maximale du facteur de concentration de contrainte  $K_t$  :

$$K_t = R_m / \sigma_{nom} = 60 / 7,69 = 7,8$$

De cette valeur de  $K_t$ , on en déduit une valeur de  $(a/r)^{1/2} = 3,4$  ;  
 donc un rayon minimal  $r = a / (3,4)^2 = 0,52 \text{ mm}$

$r = 0,52 \text{ mm}$	(2 pts)
-----------------------	---------

## 5. Exercice n° 5

**Choix de l'acier et de l'épaisseur du tuyau.**

Justification :

La première condition se traduit par :  
soit une épaisseur minimale

$$\begin{aligned} \sigma_t &= PD/2e = R_{e0,2}/2, \\ e_1 &= PD/R_{e0,2} \end{aligned} \quad (1)$$

La deuxième condition se traduit par :

$$K_{\max} = \alpha \sigma_t \sqrt{\pi a} = \alpha \frac{PD}{2e} \sqrt{\pi a} = K_{IC},$$

soit une épaisseur minimale :

$$e_2 = \frac{\alpha PD \sqrt{\pi a}}{2K_{IC}} \quad (2)$$

Avec les données numériques fournies, on calcule donc les valeurs minimales  $e_1$  et  $e_2$  pour chacun des aciers A et B. On obtient ainsi :

Acier A :       $e_{1A} = 28,00 \text{ mm}$                        $e_{2A} = 7,85 \text{ mm}$

Acier B       $e_{1B} = 21,53 \text{ mm}$                        $e_{2B} = 11,77 \text{ mm}$

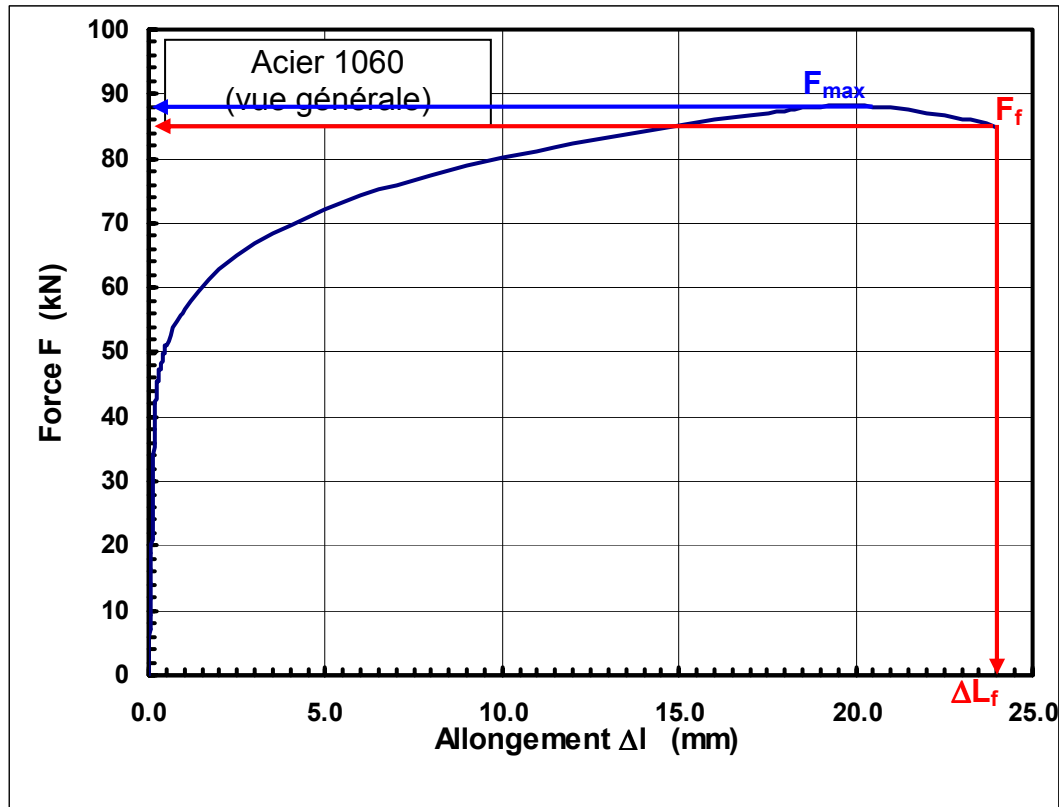
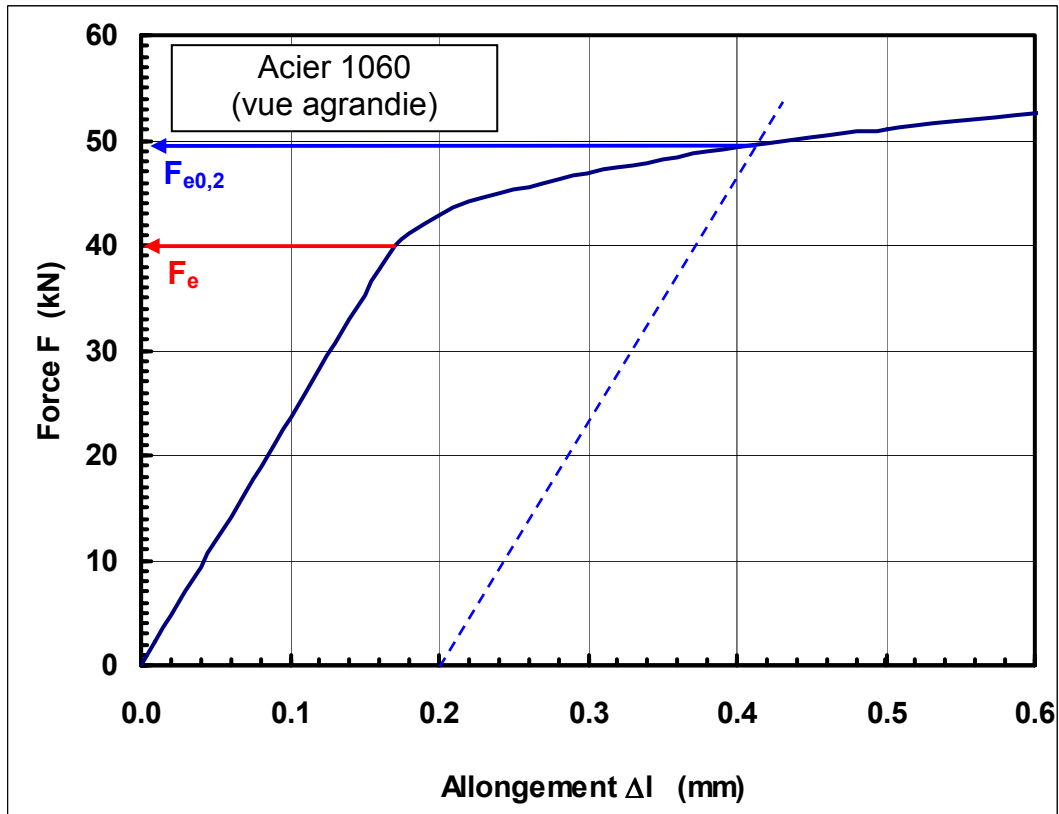
Pour satisfaire aux deux conditions imposées tout en obtenant une masse la plus faible possible par unité de longueur du tuyau, on choisit donc **l'acier B avec un épaisseur minimale de 21,53 mm.**

*NB :* Dans ce cas, on remarquera que, bien qu'ayant la ténacité la plus faible, l'acier B est choisi grâce à sa limite d'élasticité. Bien que plus tenace, l'acier A a une limite d'élasticité faible, ce qui conduit à un épaisseur plus élevée afin de respecter la condition de sécurité n° 1.

<b>Acier :</b>	<b>B</b>
<b>e =</b>	<b>21,53 mm</b>

(5 pts)

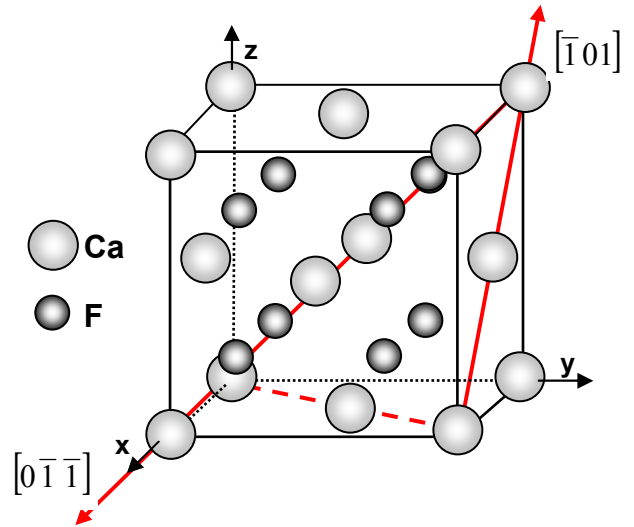
**Courbes de traction de l'acier 1060**



Exercice n° 2

Question a) :

Plan contenant les directions  $[\bar{1}10]$  et  $[0\bar{1}\bar{1}]$



Question b) : Plan  $(1\bar{1}0)$

