



POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
MEC1210 THERMODYNAMIQUE

Note : L'examen est sur 100 points.

Il faut définir le système pour appliquer la 1^{ère} loi de la thermodynamique.

Question No. 1 (35 points)

Un système piston-cylindre renferme une masse d'air de 0.1 kg qui est initialement à une pression de 100 kPa et une température de 300 K .

- Processus 1-2 : Compression polytropique avec $n = 1.292481$, jusqu'à $V_1/V_2 = 4$.
- Processus 2-3 : Détente isobare (à pression constante) jusqu'au volume initial.
- Processus 3-1 : Refroidissement isochore (à volume constant) jusqu'à l'état initial.

On peut supposer qu'il n'y a aucun stockage d'énergie thermique ailleurs que dans le gaz, que le piston se déplace sans friction dans le cylindre et que les évolutions sont quasi-statiques. L'air peut être traité comme un gaz parfait à *chaleurs massiques constantes*, avec $R=0.287 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ et $c_p = 1.005 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$.

On demande de :

- Déterminez la pression et la température à l'état 2. (6 pts)
- Déterminez le volume et la température de l'air au point 3. (6 pts)
- Calculer le travail (en kJ) effectué pour chaque processus en indiquant si le travail est fait *sur* l'air ou *par* l'air **et** le travail net du cycle. (7 pts)
- Déterminez le transfert de chaleur (en kJ) pour chaque processus en indiquant si la chaleur est transmise au gaz ou *par* le gaz **et** le transfert de chaleur net du cycle. (10 pts)
- Représentez le cycle sur un diagramme P - V en montrant les états et les évolutions. (6 pts)

Travail de frontière pour une évolution polytropique

$$W_{b, 1-2} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1 - n}$$

Question No. 2 (35 points)

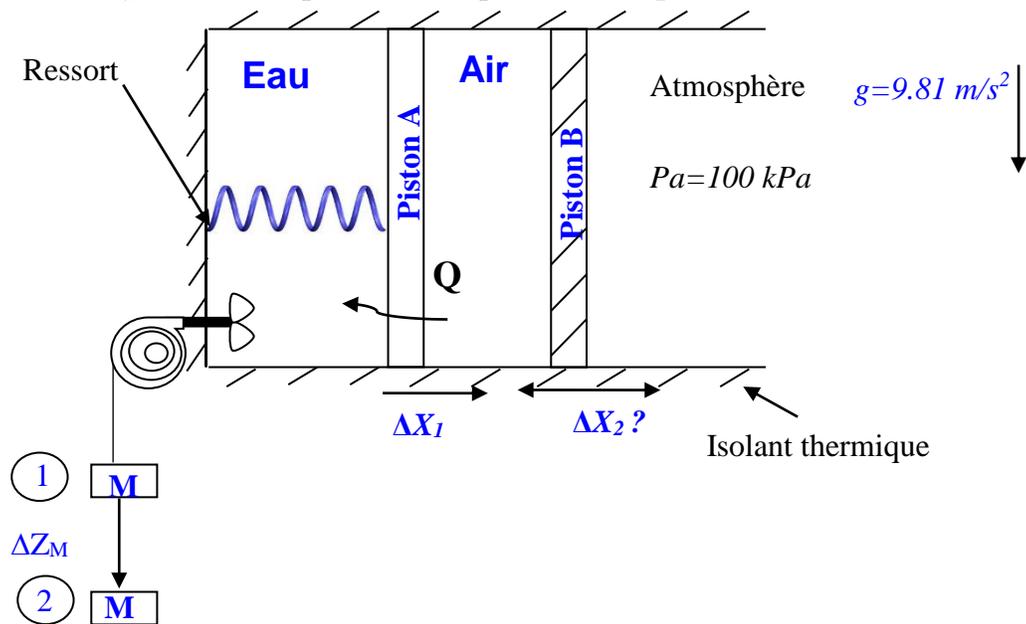
Un système cylindre-pistons horizontal rigide et fixe est composé de deux compartiments. Les pistons **A** et **B** ont des sections identiques de 0.02 m^2 . Les parois du cylindre et le piston **B** sont faits d'isolant thermique parfait, tandis que le piston **A** est perméable à la chaleur. Les deux pistons sont libres de glisser sans friction, tel qu'illustré sur la figure 2. Le piston **A** est relié au fond du cylindre par un ressort linéaire initialement au repos dont la constante $k=20 \text{ kN/m}$. Initialement, le compartiment de gauche contient 0.1 kg d'eau occupant un volume de 0.01704 m^3 et le compartiment de droite contient 0.08 kg d'air occupant un volume de 0.1 m^3 (état 1). L'eau est brassée en se faisant remuer par une hélice entraînée par une poulie avec une masse **M** de 500 kg descendant lentement à vitesse constante. De la chaleur est transférée de l'air à l'eau. Après un certain temps, le piston **A** s'est déplacé de façon quasi-statique sur une distance de $\Delta X_1=10\text{cm}$, étirant ainsi le ressort. De plus, la masse **M** est descendue d'une hauteur ΔZ_M et l'air occupe un volume de 0.078 m^3 (état 2).

On peut supposer que l'isolant thermique est parfait et qu'il n'y a aucun stockage d'énergie thermique dans le piston, les parois du cylindre et le ressort. L'air peut être traité comme un gaz parfait à chaleurs massiques constantes, avec $R=0.287 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ et $c_p = 1.005 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$.

Énergie stockée dans un ressort linéaire déformé $= \frac{1}{2} k(x^2 - x_{force=0}^2)$

On demande de déterminer :

- a) La température initiale **et** finale de l'air **et** de l'eau. (8 pts)
- b) La perte de hauteur ΔZ_M (en m) de la masse **M**. (12 pts)
- c) La quantité de chaleur nette **Q** transférée à l'eau (en kJ). (10 pts)
- d) Tracer les diagrammes P-v pour l'eau **et** pour l'air. (5 pts)



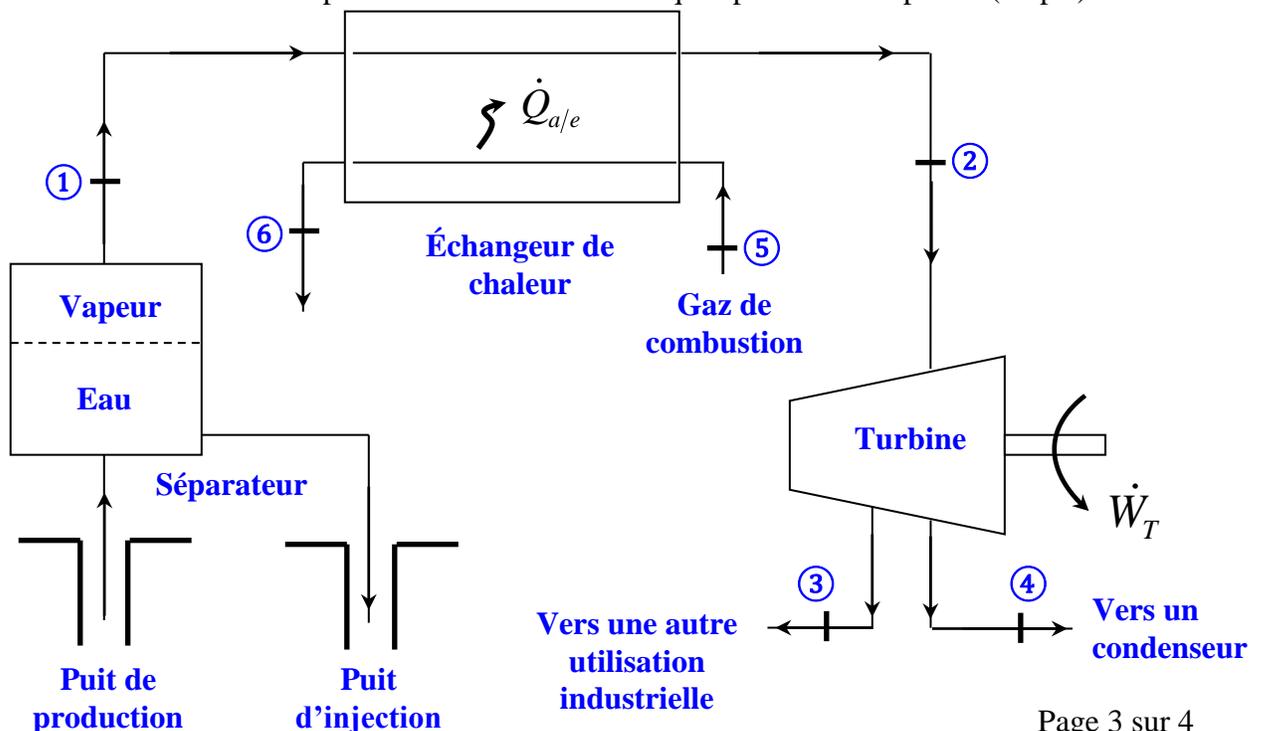
Question No. 3 (30 points)

En Islande, on utilise les eaux souterraines des régions volcaniques pour produire de l'électricité. L'énergie thermique est obtenue d'un puit de production d'où est extrait un mélange liquide-vapeur, qui est ensuite acheminé vers un séparateur qui divise l'écoulement en une part de vapeur saturée et une autre de liquide saturé. Cette dernière est réinjectée dans le sol par le puit d'injection. La vapeur saturée entre dans un échangeur de chaleur avec un débit volumique de $0,985608 \text{ m}^3/\text{s}$ et une pression de 7 MPa (état 1). Des produits de combustion (air chaud) sont utilisés pour chauffer cette dernière avant son entrée dans la turbine (état 2). À la sortie de la turbine, 20% de la vapeur est soutirée à la pression de 1 MPa et une température de 200°C (état 3). Le reste sort de la turbine sous forme d'un mélange saturé avec un titre $x_4 = 0,97$ à la pression de 75 kPa (état 4). D'autre part, l'air chaud rentre dans l'échangeur de chaleur avec une pression de 250 kPa , une température de 720°C (état 5) et sort à la température de $511,64^\circ\text{C}$ (état 6) en cédant $527688 \text{ kJ}/\text{min}$ de chaleur à la vapeur ($\dot{Q}_{a/e}$).

Les dispositifs opèrent en régime permanent et il n'y a aucun transfert de chaleur à l'atmosphère à travers les parois de l'échangeur de chaleur et de la turbine. On peut considérer l'air comme un gaz parfait à chaleurs massiques constantes avec $c_v = 0,718 \text{ kJ}/\text{kg}\cdot\text{K}$ et $R = 0,287 \text{ kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K}$. On peut aussi négliger les pertes de pression et le changement de section des conduites au niveau de l'échangeur de chaleur, de même que tout changement d'énergie potentielle et cinétique pour l'air et l'eau.

On demande de déterminer :

- Le débit d'air (gaz de combustion) en kg/s (6 pts)
- La puissance développée par la turbine \dot{W}_T en kW (14 pts)
- Le diagramme T-v de l'eau en faisant apparaître le dôme de saturation. Vous devez calculer toutes les températures et volumes massiques pour tous les points (10 pts).



Propriétés thermodynamiques de l'eau – tables de saturation

TABLE A-5

Saturated water—Pressure table

Press., <i>P</i> kPa	Sat. temp., <i>T</i> _{sat} °C	Specific volume, m ³ /kg		Internal energy, kJ/kg			Enthalpy, kJ/kg			Entropy, kJ/kg · K		
		Sat. liquid, <i>v</i> _f	Sat. vapor, <i>v</i> _g	Sat. liquid, <i>u</i> _f	Evap., <i>u</i> _{fg}	Sat. vapor, <i>u</i> _g	Sat. liquid, <i>h</i> _f	Evap., <i>h</i> _{fg}	Sat. vapor, <i>h</i> _g	Sat. liquid, <i>s</i> _f	Evap., <i>s</i> _{fg}	Sat. vapor, <i>s</i> _g
20	60.06	0.001017	7.6481	251.40	2204.6	2456.0	251.42	2357.5	2608.9	0.8320	7.0752	7.9073
25	64.96	0.001020	6.2034	271.93	2190.4	2462.4	271.96	2345.5	2617.5	0.8932	6.9370	7.8302
30	69.09	0.001022	5.2287	289.24	2178.5	2467.7	289.27	2335.3	2624.6	0.9441	6.8234	7.7675
40	75.86	0.001026	3.9933	317.58	2158.8	2476.3	317.62	2318.4	2636.1	1.0261	6.6430	7.6691
50	81.32	0.001030	3.2403	340.49	2142.7	2483.2	340.54	2304.7	2645.2	1.0912	6.5019	7.5931
75	91.76	0.001037	2.2172	384.36	2111.8	2496.1	384.44	2278.0	2662.4	1.2132	6.2426	7.4558
100	99.61	0.001043	1.6941	417.40	2088.2	2505.6	417.51	2257.5	2675.0	1.3028	6.0562	7.3589
101.325	99.97	0.001043	1.6734	418.95	2087.0	2506.0	419.06	2256.5	2675.6	1.3069	6.0476	7.3545
125	105.97	0.001048	1.3750	444.23	2068.8	2513.0	444.36	2240.6	2684.9	1.3741	5.9100	7.2841
150	111.35	0.001053	1.1594	466.97	2052.3	2519.2	467.13	2226.0	2693.1	1.4337	5.7894	7.2231
175	116.04	0.001057	1.0037	486.82	2037.7	2524.5	487.01	2213.1	2700.2	1.4850	5.6865	7.1716
200	120.21	0.001061	0.88578	504.50	2024.6	2529.1	504.71	2201.6	2706.3	1.5302	5.5968	7.1270
225	123.97	0.001064	0.79329	520.47	2012.7	2533.2	520.71	2191.0	2711.7	1.5706	5.5171	7.0877
250	127.41	0.001067	0.71873	535.08	2001.8	2536.8	535.35	2181.2	2716.5	1.6072	5.4453	7.0525
275	130.58	0.001070	0.65732	548.57	1991.6	2540.1	548.86	2172.0	2720.9	1.6408	5.3800	7.0207
900	175.35	0.001121	0.21489	741.55	1838.1	2579.6	742.56	2030.5	2773.0	2.0941	4.5273	6.6213
950	177.66	0.001124	0.20411	751.67	1829.6	2581.3	752.74	2022.4	2775.2	2.1166	4.4862	6.6027
1000	179.88	0.001127	0.19436	761.39	1821.4	2582.8	762.51	2014.6	2777.1	2.1381	4.4470	6.5850
5000	263.94	0.001286	0.039448	1148.1	1448.9	2597.0	1154.5	1639.7	2794.2	2.9207	3.0530	5.9737
6000	275.59	0.001319	0.032449	1205.8	1384.1	2589.9	1213.8	1570.9	2784.6	3.0275	2.8627	5.8902
7000	285.83	0.001352	0.027378	1258.0	1323.0	2581.0	1267.5	1505.2	2772.6	3.1220	2.6927	5.8148

Propriétés thermodynamiques de l'eau – tables de vapeur surchauffée

TABLE A-6

Superheated water

<i>T</i> °C	<i>v</i> m ³ /kg	<i>u</i> kJ/kg	<i>h</i> kJ/kg	<i>s</i> kJ/kg · K	<i>v</i> m ³ /kg	<i>u</i> kJ/kg	<i>h</i> kJ/kg	<i>s</i> kJ/kg · K	<i>v</i> m ³ /kg	<i>u</i> kJ/kg	<i>h</i> kJ/kg	<i>s</i> kJ/kg · K
<i>P</i> = 1.00 MPa (179.88°C)				<i>P</i> = 1.20 MPa (187.96°C)				<i>P</i> = 1.40 MPa (195.04°C)				
Sat.	0.19437	2582.8	2777.1	6.5850	0.16326	2587.8	2783.8	6.5217	0.14078	2591.8	2788.9	6.4675
200	0.20602	2622.3	2828.3	6.6956	0.16934	2612.9	2816.1	6.5909	0.14303	2602.7	2803.0	6.4975
250	0.23275	2710.4	2943.1	6.9265	0.19241	2704.7	2935.6	6.8313	0.16356	2698.9	2927.9	6.7488
300	0.25799	2793.7	3051.6	7.1246	0.21386	2789.7	3046.3	7.0335	0.18233	2785.7	3040.9	6.9553
350	0.28250	2875.7	3158.2	7.3029	0.23455	2872.7	3154.2	7.2139	0.20029	2869.7	3150.1	7.1379
<i>P</i> = 6.0 MPa (275.59°C)				<i>P</i> = 7.0 MPa (285.83°C)				<i>P</i> = 8.0 MPa (295.01°C)				
Sat.	0.03245	2589.9	2784.6	5.8902	0.027378	2581.0	2772.6	5.8148	0.023525	2570.5	2758.7	5.7450
300	0.03619	2668.4	2885.6	6.0703	0.029492	2633.5	2839.9	5.9337	0.024279	2592.3	2786.5	5.7937
350	0.04225	2790.4	3043.9	6.3357	0.035262	2770.1	3016.9	6.2305	0.029975	2748.3	2988.1	6.1321
400	0.04742	2893.7	3178.3	6.5432	0.039958	2879.5	3159.2	6.4502	0.034344	2864.6	3139.4	6.3658
450	0.05217	2989.9	3302.9	6.7219	0.044187	2979.0	3288.3	6.6353	0.038194	2967.8	3273.3	6.5579

MEC 1210 - H 2017 - Q#1

2

$$m_a = 0.1 \text{ kg}$$
$$P_1 = 100 \text{ kPa}$$
$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = 4$$

a) $P_1 V_1^N = P_2 V_2^N$

$$n = 1.292481$$

$$P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^N = 100 \cdot (4)^{1.292481}$$
$$= 100 \cdot 6$$

$P_2 = 600 \text{ kPa}$

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{m_a \cdot R}$$

$$\frac{P_2 V_2}{T_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$$

$$T_2 = \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{V_2}{V_1}$$

$$= 6 \cdot \frac{1}{4}$$

$T_2 = 450 \text{ K}$

b) $2 \rightarrow 3 \quad P = \text{cte}$

$$V_3 = V_1 \rightarrow V_1 = \frac{m_a \cdot R \cdot T_1}{P_1}$$

$$= \frac{0.1 \cdot 0.287 \cdot 300}{100}$$

$V_3 = V_1 = 0.0861 \text{ m}^3$

$$P_3 = P_2$$

$$T_3 = \frac{P_3 \cdot V_3}{m_a \cdot R}$$

$$= \frac{600 \cdot 0.0861}{0.1 \cdot 0.287}$$

$T_3 = 1800 \text{ K}$

$$\frac{P_3 V_3}{T_3} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$T_3 = T_2 \cdot \frac{P_3}{P_2} \cdot \frac{V_3}{V_2}$$

$$= T_2 \cdot 1 \cdot \frac{V_1}{V_2}$$

$$= T_2 \cdot 4$$

$$= 1800 \text{ K}$$

$$c) \bar{W}_{12} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1 - \gamma}$$

$$= \frac{600 \cdot 0,021525 - 100 \cdot 0,0861}{1 - 1,292481}$$

$$\bar{V}_2 = \frac{1}{4} \cdot \bar{V}_1$$

$$= \frac{1}{4} \cdot 0,0861$$

$$\bar{V}_2 = 0,021525 \text{ m}^3$$

$$\bar{W}_{12} = \frac{4,305}{-0,292481}$$

$$\bar{W}_{12} = -14,719 \text{ KJ}$$

TRAVAIL fait sur l'air

$$\bar{W}_{23} = \int P dV$$

$$= P \int dV$$

$$P = \text{cte}$$

$$= P_2 [V_3 - V_2]$$

$$= 600 [0,0861 - 0,021525]$$

$$\bar{W}_{23} = 38,745 \text{ KJ}$$

TRAVAIL fait par l'air.

$$\bar{W}_{31} = 0 \quad (V = \text{cte})$$

TRAVAIL Net: 24,026 KJ
Par l'air.

d) $Q_{12} \rightarrow$ Bilan sur système: Air

$$\Delta E_{12} = Q_{12} - \bar{W}_{12}$$

$$C_V = C_P - R$$

$$= 1,005 - 0,287$$

$$\Delta U_{12} = Q_{12} - \bar{W}_{12}$$

$$C_V = 0,718 \frac{\text{KJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\Delta U_{12} + \bar{W}_{12} = Q_{12}$$

$$C_V (T_2 - T_1) + \bar{W}_{12} = Q_{12}$$

$$Q_{12} = m_a [0,718 (450 - 300)] + (-14,719)$$

$$= 10,77 - 14,719$$

$$Q_{12} = -3,949 \text{ KJ}$$

Transféré Par l'air

Q23 => Bilan sur systeme: Air

$$\Delta E_{23} = Q_{23} - W_{23}$$

$$\begin{aligned} Q_{23} &= \Delta U_{23} + W_{23} \\ &= m \cdot (C_v (T_3 - T_2)) + W_{23} \\ &= m \cdot (0.718 (1800 - 450)) + 38.745 \\ &= 96.93 + 38.745 \end{aligned}$$

$Q_{23} = 135.675 \text{ KJ}$ TRANSFERE à l'air

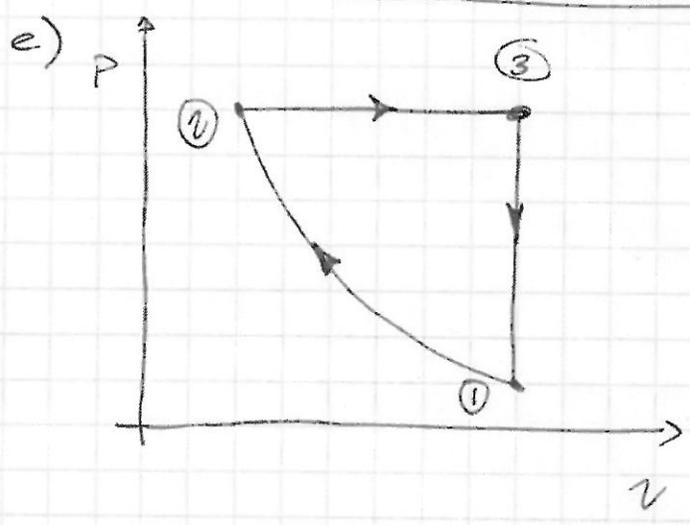
Q31 -> Bilan sur systeme: Air

$$\Delta E_{31} = Q_{31} - W_{31} \rightarrow 0$$

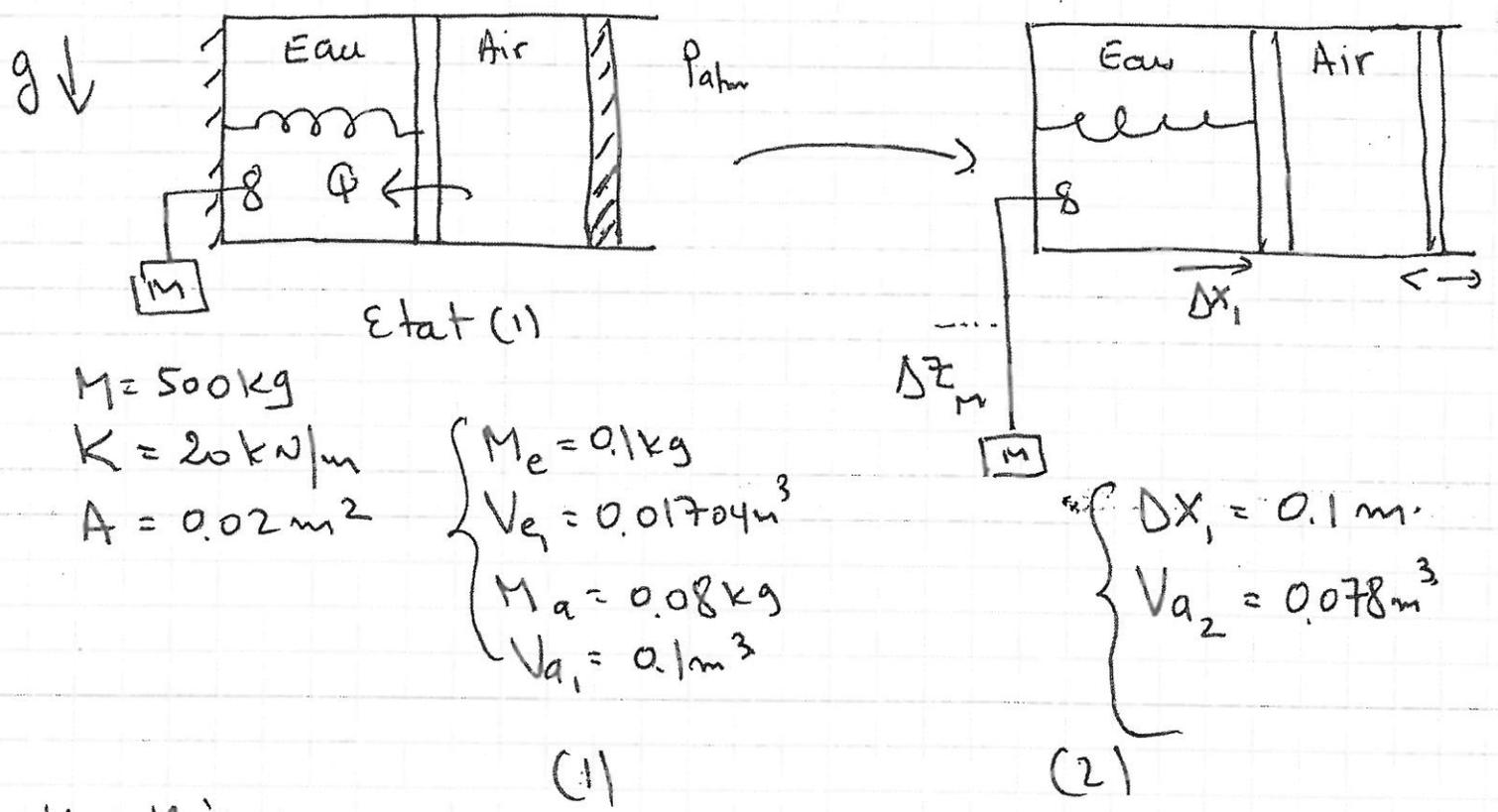
$$\begin{aligned} Q_{31} &= \Delta U_{31} \\ &= (C_v (T_1 - T_3)) \cdot m_a \\ &= (0.718 (300 - 1800)) \cdot m_a \end{aligned}$$

$Q_{31} = -107.7 \text{ KJ}$ TRANSFERE PAR l'air

$Q_{Net} = 24.026 \text{ KJ}$ TRANSFERE à l'air



Question 2 (35 pts)



$M = 500 \text{ kg}$
 $K = 20 \text{ kN/m}$
 $A = 0.02 \text{ m}^2$

$M_e = 0.1 \text{ kg}$
 $V_{e1} = 0.01704 \text{ m}^3$
 $M_a = 0.08 \text{ kg}$
 $V_{a1} = 0.1 \text{ m}^3$

$\Delta x_1 = 0.1 \text{ m}$
 $V_{a2} = 0.078 \text{ m}^3$

Hypothèses:

Evolution quasi-statique.

$\overline{DE}_{\text{eau, air}} \approx 0$

Air gaz parfait $c_p = 1,005 \text{ kJ/kg.K}$, $R = 0,287 \text{ kJ/kg.K}$

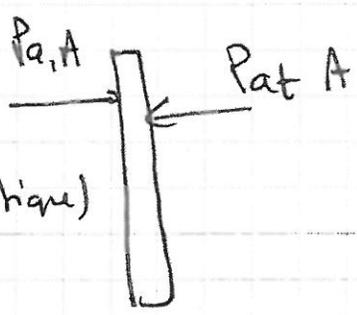
- a) $T_{e1}, T_{a1}, T_{e2}, T_{a2}$
- b) Δz_m ?
- c) Q ?
- d) PV eau et air.

a) $T_{e1}, T_{a1}, T_{e2}, T_{a2}$.

$P_{a1} V_{a1} = M_a R T_{a1} \Rightarrow$

$T_{a1} = \frac{P_{a1} V_{a1}}{M_a R}$

à l'état (1)
Piston B



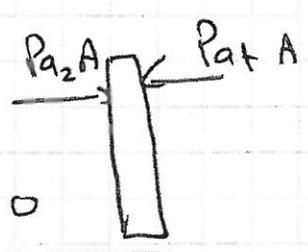
$$\Sigma F = 0 \text{ (quasi-statique)}$$

$$P_{a1,A} - P_{at} A = 0$$

$$\Rightarrow P_{a1} = P_{at} = 100 \text{ kPa}$$

$$\text{Donc } T_{a1} = \frac{100 \cdot 0,1}{0,08 \cdot 0,287} = 435,54 \text{ K} \quad T_{a1} = 435,54 \text{ K}$$

à l'état (2)



$$\Sigma F = 0$$

$$\Rightarrow P_{a2} A - P_{at} A = 0$$

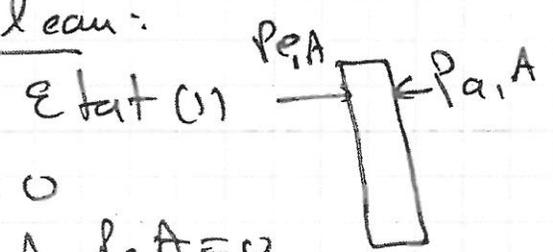
$$\Rightarrow P_{a2} = P_{at} = 100 \text{ kPa}$$

$$P_{a2} V_{a2} = M_a R T_{a2}$$

$$\Rightarrow T_{a2} = \frac{P_{a2} V_{a2}}{M_a R}$$

$$T_{a2} = \frac{100 \cdot 0,078}{0,08 \cdot 0,287} = 339,72 \text{ K} \quad T_{a2} = 339,72 \text{ K}$$

Pour l'eau:



$$\Sigma F = 0$$

$$P_{e1,A} - P_{a1,A} = 0$$

$$P_{e1} = P_{a1} = 100 \text{ kPa}$$

$$v_{e1} = \frac{v_{e1}}{M_e} = \frac{0,01704}{0,1} = 0,1704 \text{ m}^3/\text{kg}$$

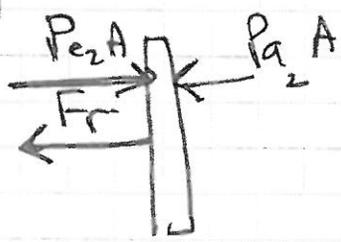
$$\left\{ \begin{array}{l} P_{e1} = 100 \text{ kPa} \\ v_{e1} = 0,1704 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \end{array} \right. \xrightarrow[100 \text{ kPa}]{AS} v_f = 0,001043 < v_{e1} < v_g = 1,6941 \text{ m}^3/\text{kg}$$

mélange saturé

6

$T_{e1} = T_{sat}@100kPa = 99.61^{\circ}C$

a) l'état 2



$\Sigma F = 0$

$\Rightarrow P_{e2}A - F_r - P_{a2}A = 0$

$\Rightarrow P_{e2} = P_{a2} + \frac{F_r}{A} = P_{a2} + \frac{k \Delta x_1}{A}$

$P_{e2} = 100 + \frac{20 \cdot 0.1}{0.02} = 200 kPa$

$P_{e2} = 200 kPa$

$v_{e2} = \frac{V_{e2}}{m_{e2}} = \frac{V_{e1} + A \Delta x}{m_{e2}}$

$v_{e2} = \frac{0.01704 + 0.02 \cdot 0.1}{0.1} = 0.1904 m^3/kg$

② $\left\{ \begin{array}{l} P_{e2} = 200 kPa \\ v_{e2} = 0.1904 m^3/kg \end{array} \right. \xrightarrow[200kPa]{AS} v_f = 0.001061 < v_{e2} < v_g = 0.88538 m^3/kg$
mélange saturé

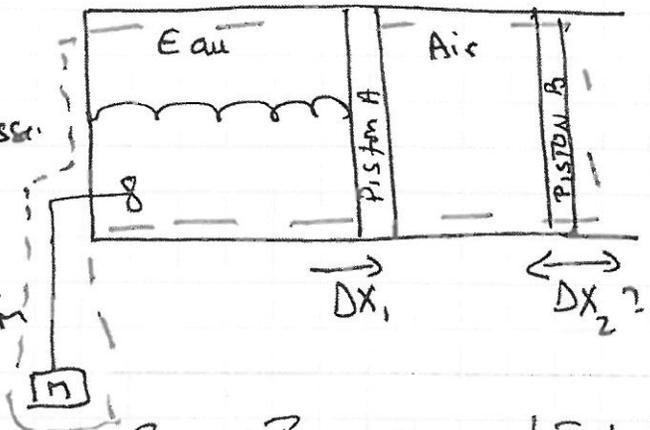
$T_{e2} = T_{sat}@200kPa = 120.21^{\circ}C$

b) DZm ?

Système : Piston A + Piston B + Ressort + Air + Eau + Masse.

1^{re} loi :

$\Delta U + \Delta E_c + \Delta E_p = E_{in} - E_{out} + DZ_m$



$\Delta U_{air} + \Delta U_{eau} + \Delta E_{p_{ress}} + \Delta E_{p_A} + \Delta E_{p_B} - \Delta E_{p_M} = |E_{in}| - |E_{out}|$

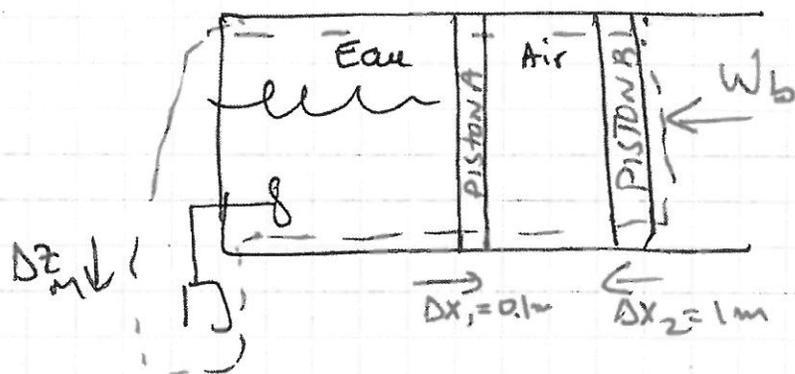
On va calculer Δx_2 ? on suppose Δx_2 vers la droite

$$V_{a_2} = V_{a_1} - A \Delta x_1 + A \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{V_{a_2} - V_{a_1} + A \Delta x_1}{A}$$

$$\Delta x_2 = \frac{0.078 - 0.1 + 0.02 \cdot 0.1}{0.02} = -1 \text{ m} \text{ donc à gauche}$$

d'où

B



$$\Delta U_{air} + \Delta U_{eau} - \Delta E_{P_{ress}} + \cancel{\Delta E_{PA}} + \cancel{\Delta E_{PB}} - \Delta E_{PM} = |W_b|$$

$$M_a C_v (T_{a_2} - T_{a_1}) + M_e (u_{e_2} - u_{e_1}) + \frac{1}{2} k (\Delta x_1)^2 + M g \Delta z_M \cdot \frac{1}{1000} \text{ kJ} = |W_b|$$

$$\Delta z_M = \frac{1000}{M \cdot g} \left(M_a C_v (T_{a_2} - T_{a_1}) + M_e (u_{e_2} - u_{e_1}) + \frac{1}{2} k (\Delta x_1)^2 - |W_b| \right)$$

$$W_b = \int p \, dV = \int P_a \, dV = -P_a A \Delta x_2$$

$$W_b = -100 \cdot 0.02 \cdot 1 = -2 \text{ kJ}$$

$$C_v = C_p - R = 1.005 - 0.287 = 0.718 \text{ kJ/kg.K}$$

$$u_{e_1} = u_{f_1} + x_1 u_{fg_1} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{A \cdot S}{100 \text{ kPa}} \\ \left. \begin{array}{l} u_{f_1} = 417.4 \text{ kJ/kg} \\ u_{fg_1} = 2088.2 \text{ kJ/kg} \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

$$x_1 = \frac{u_{e_1} - u_{f_1}}{u_{fg_1} - u_{f_1}} = \frac{0.1704 - 0.001043}{1.6041 - 0.001043} = 0.1$$

$$M_{e_1} = 417.4 + 0.1 \cdot 2088 \cdot 2 = 626.22 \frac{kJ}{kg}$$

$$M_{e_1} = 626.22 \frac{kJ}{kg}$$

$$M_{e_2} = M_{f_2} + X_2 M_{f_{g_2}}$$

$$\frac{AS}{200kPa} \begin{cases} M_{f_2} = 504.5 \text{ kJ/kg} \\ M_{f_{g_2}} = 2024.6 \text{ kJ/kg} \end{cases}$$

$$X_2 = \frac{U_{e_2} - U_{f_2}}{U_{g_2} - U_{f_2}} = \frac{0.1904 - 0.001061}{0.88578 - 0.001061} = 0.214$$

$$X_2 = 0.214$$

$$M_{e_2} = 504.5 + 0.214 \cdot 2024.6 = 937.76 \text{ kJ/kg}$$

$$M_{e_2} = 937.76 \frac{kJ}{kg}$$

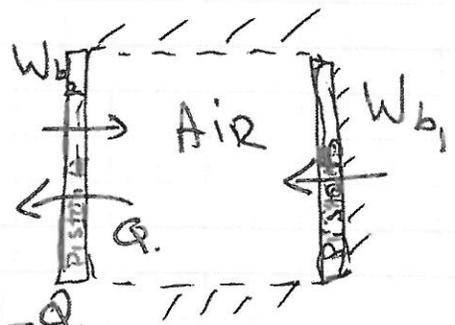
D'où

$$DZ = \frac{1000}{500 \cdot 9.81} \left(0.08 \cdot 0.78 \cdot (339.72 - 435.54) + 0.1 (937.76 - 626.22) + \frac{1}{2} 200.1^2 - 2 \right)$$

$$DZ \approx 4.84 \text{ m}$$

Remarque: on obtient le même résultat si on n'inclut pas le piston B.

c) Φ ?
Système: Air
l'air l'air



$$DU_{air} = |E_{in}| - |E_{out}|$$

$$M_a \cdot c_w (T_{a_2} - T_{a_1}) = |W_{b_1}| + |W_{b_2}| - Q$$

$$\Rightarrow |Q| = |W_{b_1}| + |W_{b_2}| - M_a c_w (T_{a_2} - T_{a_1})$$

$$W_{b_1} = \int P dv = \int P_{at} dv = P_{at} A dx_2$$

$$|W_{b1}| = 100 \cdot 0.02 \cdot 1 = 2 \text{ kJ}$$

$$|W_{b2}| = \int P dV = \int P_{air} dV = P_{air} (A \cdot \Delta x_1) = P_{at} (A \Delta x_1)$$

$$W_{b2} = 100 \cdot 0.02 \cdot 0.1 = 0.2 \text{ kJ}$$

D'au

$$Q = 2 + 0.2 - 0.08 \cdot 0.708 (339.72 - 435.54) = 7.7 \text{ kJ}$$

$$Q = 7.7 \text{ kJ}$$

Solution alternative:

Sys Eau + héliq + Masse:
en loi:

$$\Delta U_e - Mg \Delta z_m = Q - W_b$$

$$Q = \Delta U_e - Mg \Delta z_m + W_b$$

$$W_b = \frac{P_{e1} + P_{e2}}{2} (V_{e2} - V_{e1})$$

$$= \frac{100 + 200}{2} (0.01904 - 0.01704) = 0.3 \text{ kJ}$$

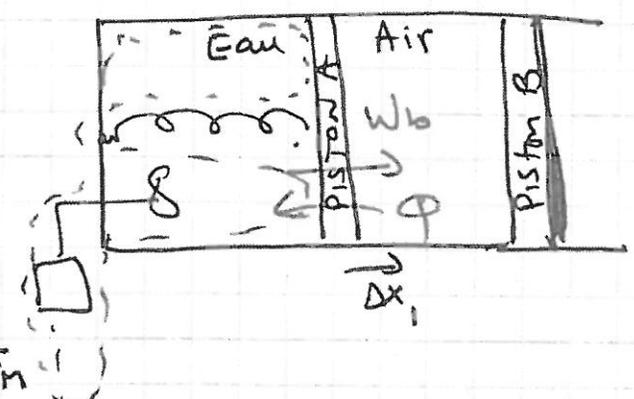
$$W_b = 0.3 \text{ kJ}$$

$$W_b = \int P dV = \int \left(P_a + \frac{kx}{A} \right) A dx = P_a \Delta x_1 + \frac{1}{2} k (\Delta x_1)^2$$

$$W_b = 100 \cdot 0.02 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot (0.1)^2 = 0.3 \text{ kJ}$$

$$Q = M_e (u_{e2} - u_{e1}) - Mg \Delta z_m + W_b =$$

$$= 0.1 (937.76 - 626.22) - 500 \cdot 9.81 \cdot \frac{484}{1000} + 0.3 = 7.7 \text{ kJ}$$



$$V_{e2} = V_{e2} \cdot M_e = 0.1 \cdot 0.01904 = 0.01904 \text{ m}^3$$

Solution alternative pour Q

Sys : Eau + Ressort + hélice + Masse.

1^{er} loi

$$\Delta U_e + \Delta E_{P_{ress}} - \Delta E_{P_m} = (E_{in} - E_{out})$$

$$M_e (u_{e2} - u_{e1}) + \frac{1}{2} k (\Delta x_1)^2 - M g \Delta z_m = Q - W_b$$

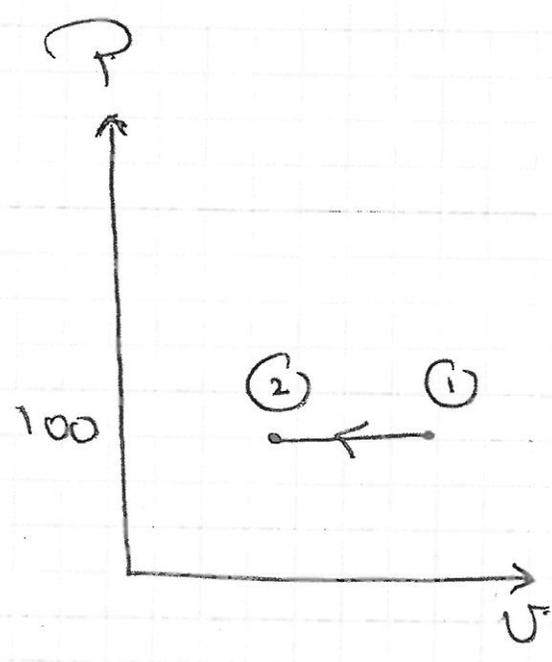
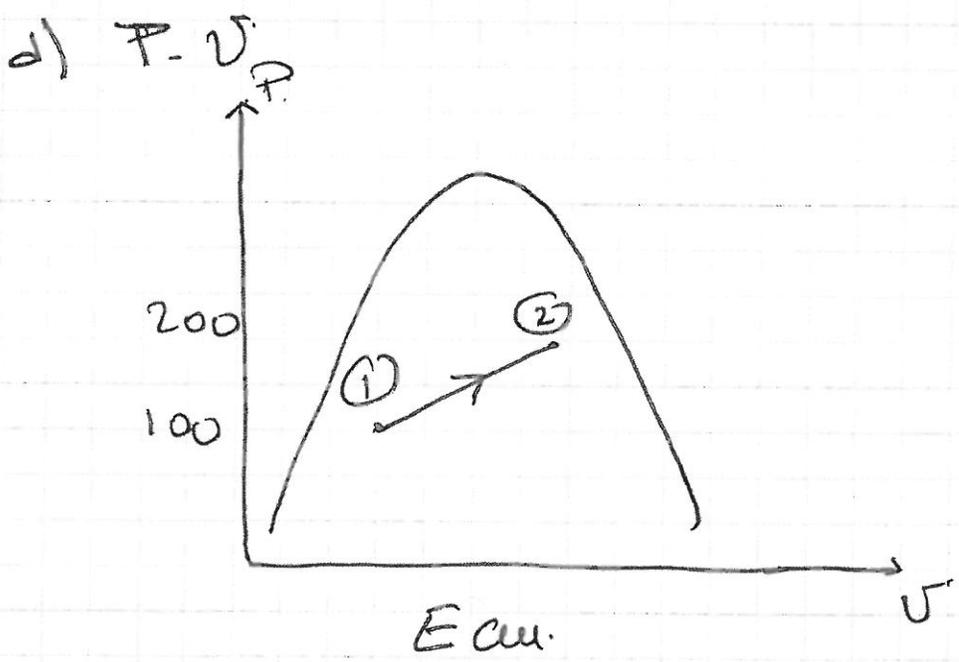
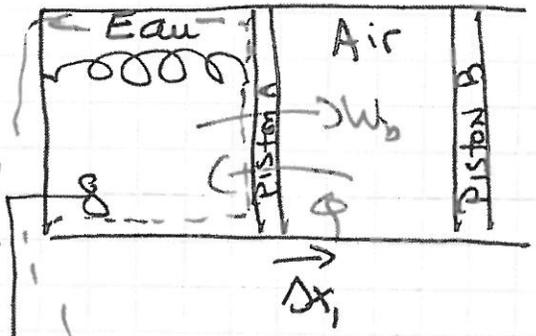
$$Q = M_e (u_{e2} - u_{e1}) + \frac{1}{2} k (\Delta x_1)^2 - M g \Delta z_m + W_b$$

$$W_b = \int P dV = \int P_a dV = P_a A \Delta x_1$$

$$W_b = 100 \cdot 0,02 \cdot 0,1 = 0,2 \text{ kJ}$$

$$Q = 0,1 (937,76 - 626,23) + \frac{1}{2} 20 (0,1)^2 - 500 \cdot 9,81 \cdot \frac{40 \cdot 0,1}{1000} \text{ kJ} + 0,2 = 7,7 \text{ kJ}$$

Q = 7,7 kJ



Q3

① m'air ?

- hypothèses :
- régime permanent
 - $\Delta e_e \approx 0$; $\Delta e_p \approx 0$
 - pas de variation de pression à l'échangeur.

Bilan d'énergie : sys = échangeur

$$\dot{W}_{in} + \dot{Q}_{in} + \sum \dot{m}_i \theta_{in} = \dot{W}_{out} + \dot{Q}_{out} + \sum \dot{m}_i \theta_{out}$$

$$\theta = h + \frac{V^2}{2} + g z$$

Bilan de masse :

$$\sum \dot{m}_i = \sum \dot{m}_i \rightarrow \dot{m}_5 = \dot{m}_6 = \dot{m}_a$$

$$\dot{m}_1 (h_5) = \dot{Q}_{out} + \dot{m}_2 h_6$$

$$\dot{m}_a (h_5 - h_6) = \dot{Q}_{a/e} = 527688 \frac{\text{kJ}}{\text{min}} = 8794,8 \frac{\text{kJ}}{\text{s}}$$

$$h_5 - h_6 = c_p (T_5 - T_6) = (c_v + R) (T_5 - T_6)$$

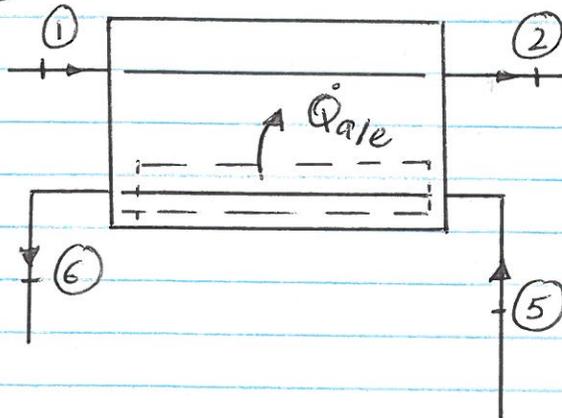
Donc :

$$\dot{m}_a = \frac{\dot{Q}_{a/e}}{(c_v + R) (T_5 - T_6)} = \frac{8794,8 \frac{\text{kJ}}{\text{s}}}{(0,718 + 0,287) [720 - 511,64]}$$

$$\dot{m}_a = 42 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

② la puissance de la turbine (\dot{W}_T) :

sys = échangeur de chaleur + turbine



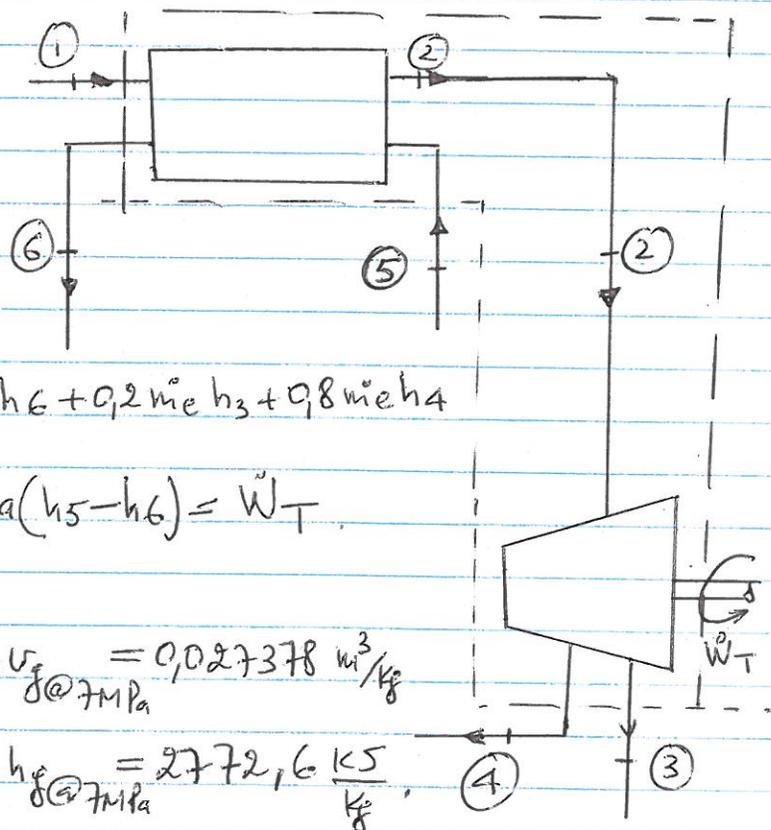
Bilan d'énergie :

$$\dot{W}_{in} + \dot{Q}_{in} + \sum \dot{m}_i \theta = \dot{W}_{out} + \dot{Q}_{out} + \sum \dot{m}_i \theta \quad \text{avec : } \theta = h + \frac{V^2}{2} + g z$$

Bilan de masse : $\dot{m}_1 = \dot{m}_3 + \dot{m}_4$ avec :

$$\begin{cases} \dot{m}_3 = 0,2 \dot{m}_1 \\ \dot{m}_4 = 0,8 \dot{m}_1 \\ \dot{m}_1 = \dot{m}_{eau} = \dot{m}_e \end{cases}$$

$\dot{m}_5 = \dot{m}_6 = \dot{m}_a$



$$\dot{m}_e h_1 + \dot{m}_a h_5 = \dot{W}_T + \dot{m}_a h_6 + 0,2 \dot{m}_e h_3 + 0,8 \dot{m}_e h_4$$

$$\dot{m}_e (h_1 - 0,2 h_3 - 0,8 h_4) + \dot{m}_a (h_5 - h_6) = \dot{W}_T$$

h_1 ?

$$\begin{cases} P_1 = 7 \text{ MPa} \\ \text{vap. saturé} \end{cases} \xrightarrow{A5} \begin{cases} v_1 = v_g @ 7 \text{ MPa} = 0,027378 \text{ m}^3/\text{kg} \\ h_1 = h_g @ 7 \text{ MPa} = 2772,6 \text{ kJ}/\text{kg} \end{cases}$$

\dot{m}_{eau} ?

$$\dot{m}_{eau} = \frac{\dot{V}_{eau}}{v_1} = \frac{0,985608}{0,027378} = 36 \text{ kg/s} = \dot{m}_e$$

h_3 ?

$$\begin{cases} P_3 = 1 \text{ MPa} \\ T_3 = 200^\circ\text{C} \end{cases} \xrightarrow{A5} T_{sat @ 1 \text{ MPa}} = 179,88^\circ\text{C}$$

$T_3 > T_{sat @ 1 \text{ MPa}} \rightarrow$ Vapeur surchauffée.

$A6 \rightarrow$ $h_3 = 2828,3 \text{ kJ}/\text{kg}$

$h_4?$

$$\begin{cases} P_4 = 75 \text{ kPa} \xrightarrow{A5} \\ x_4 = 0,97 \end{cases} \rightarrow h_4 = h_f @ 75 \text{ kPa} + x_4 h_{fg} @ 75 \text{ kPa} \\ = 384,44 + (0,97)(2278,0)$$

$$\boxed{h_4 = 2594,1 \text{ kJ/kg}}$$

Donc:

$$\dot{W}_T = \dot{m}_e (h_1 - 0,2h_3 - 0,8h_4) + \dot{m}_a (h_5 - h_6) \text{ avec:}$$

$$h_5 - h_6 = c_p (T_5 - T_6) = (c_v + R)(T_5 - T_6)$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_T = (36) & \left[2772,6 - 0,2(2828,3) - 0,8(2594,1) \right] \\ & + (42) \left[(0,718 + 0,278)(720 - 511,64) \right] \end{aligned}$$

$$\boxed{\dot{W}_T = 13,534 \text{ MW}}$$

c) Diagramme de l'eau:

$$\text{état (1)} \begin{cases} P_1 = 7 \text{ MPa} \\ v_1 = 0,027378 \text{ m}^3/\text{kg} \\ T_1 = 285,83^\circ\text{C} \end{cases}$$

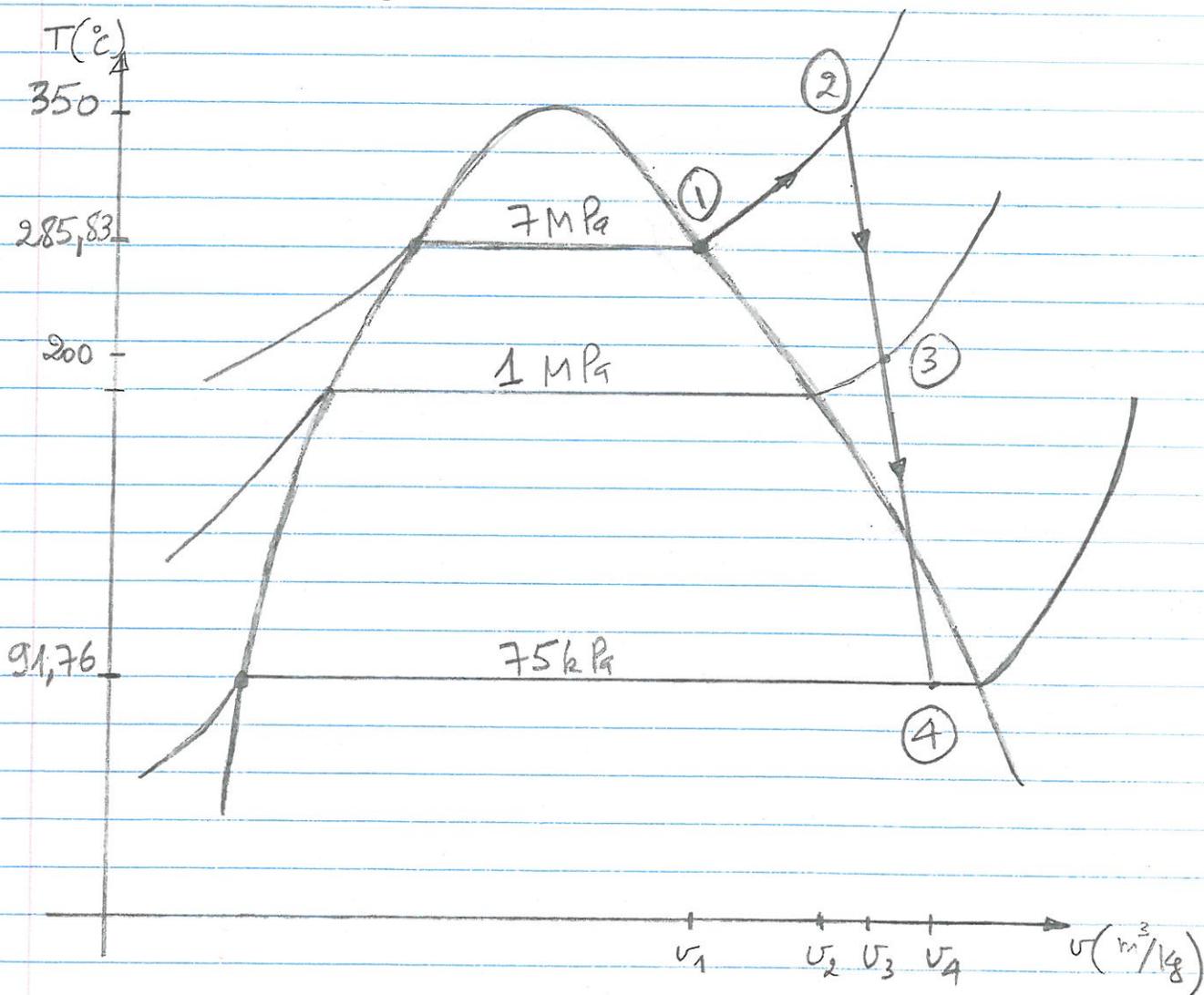
$$\text{État (2)} \begin{cases} P_2 = 7 \text{ MPa} \\ T_2 = 350^\circ\text{C} \text{ (table A6)} \\ v_2 = 0,035262 \text{ m}^3/\text{kg} \end{cases}$$

$$\text{État (3)} \begin{cases} P_3 = 1 \text{ MPa} \\ T_3 = 200^\circ\text{C} \\ \text{Vap. surchauffée} \xrightarrow{(A6)} v_3 = 0,20602 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \end{cases}$$

Etat ④ $\left\{ \begin{array}{l} P_4 = 75 \text{ kPa} \\ T_4 = T_{\text{sat}} @ 75 \text{ kPa} = 91,76^\circ\text{C} \text{ (table A5)} \\ v_4 = v_{f @ 75 \text{ kPa}} + x_4 [v_g - v_f] @ 75 \text{ kPa} \end{array} \right.$

$$v_4 = 0,001037 + (0,97) [2,2172 - 0,001037]$$

$$v_4 = 2,1507 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$



Solution Alternative pour la question (b)

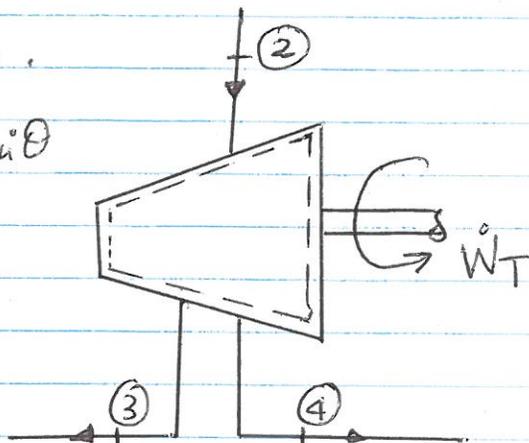
Bilan d'énergie:

sys = turbine.

$$\dot{W}_{in} + \dot{Q}_{in} + \sum_{in} \dot{m}_i \theta = \dot{W}_{out} + \dot{Q}_{out} + \sum_{out} \dot{m}_i \theta$$

$$\theta = h + \frac{V^2}{2} + g z = h$$

$$\dot{m}_2 h_2 = \dot{W}_{out} + \dot{m}_3 h_3 + \dot{m}_4 h_4$$



Bilan de masse:

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_e = \dot{m}_3 + \dot{m}_4 \text{ avec: } \begin{cases} \dot{m}_3 = 0,2 \dot{m}_e \\ \dot{m}_4 = 0,8 \dot{m}_e \end{cases}$$

$$\dot{W}_T = \dot{m}_e (h_2 - 0,8 h_4 - 0,2 h_3)$$

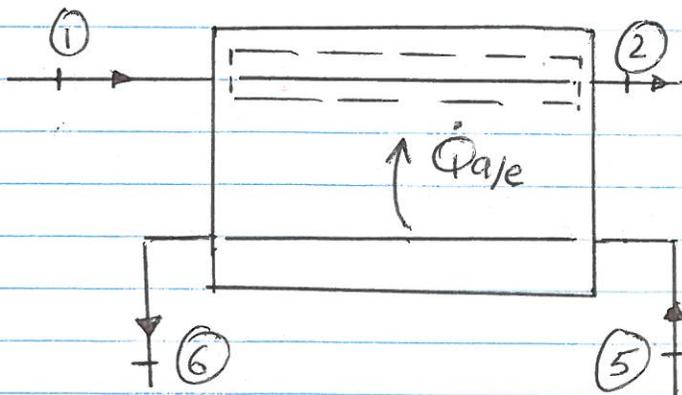
$h_2?$

Bilan d'énergie: sys = conduite vapeur

$$\dot{W}_{in} + \dot{Q}_{in} + \sum_{in} \dot{m}_i \theta = \dot{W}_{out} + \dot{Q}_{out} + \sum_{out} \dot{m}_i \theta$$

$$\theta = h + \frac{V^2}{2} + g z$$

$$\dot{Q}_{in} + \dot{m}_1 h_1 = \dot{m}_2 h_2$$



Bilan de masse: $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}_e$

$$\dot{Q}_{ale} = \dot{m}_e (h_2 - h_1) \rightarrow \boxed{h_2 = h_1 + \frac{\dot{Q}_{ale}}{\dot{m}_e}}$$

16

$$h_2 = (2772,6)_{\text{kJ/kg}} + \frac{(527688 \frac{\text{kJ}}{\text{min}}) (\frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}})}{36 \text{ kg/s}} = 3016,9 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = 3016,9 \text{ kJ/kg}$$

$$\dot{W}_T = (36 \text{ kg/s}) \left[3016,9 - 0,2(2828,3) - 0,8(2594,1) \right]$$

$$\dot{W}_T = 13,534 \text{ MW}$$