ÉCOLE POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

Le génie sans frontières

Questionnaire
Examen final

MTR1035C

Sigle du cours

Corrigé

Identification de l'étudiant(e)	
Nom :	**Prénom :**
Signature :	**Matricule :**

Réservé
Q1 /7
Q2 /8
Q3 /6
Q4 /6
Q5 /8
Q6 /5
Q7 /5
Q8 /5
Q9 /5
Q10 /5
/50

Sigle et titre du cours	*Groupe*	*Trimestre*
MTR1035C Matériaux	1	Été 2009
Professeur	*Local*	*Téléphone*
Richard Lacroix	AA-6489	4767

Jour	*Date*	*Durée*	*Heures*
Mercredi	16 décembre 2009	2 h 30	9 h 30 - 12 h 00

Documentation	*Calculatrice*	
[X] Aucune [ ] Toute [ ] Voir directives particulières	[ ] Aucune [ ] Toutes [X] Non programmable	**Les cellulaires, agendas électroniques ou téléavertisseurs sont interdits.**

Directives particulières

1. Les nombres entre parenthèses indiquent le nombre de points accordés à la question, le total est de **60** points.
2. La cote maximale de l'examen est de **50** points.
3. **Pour les questions nécessitant des calculs ou une justification, aucun point ne sera accordé à la bonne réponse si le développement n'est pas écrit.**
4. Utilisez les espaces prévus ou la page opposée pour vos calculs.
5. Vous avez, en annexe, le formulaire général. Vous pouvez détacher cette page du questionnaire.

Important

Cet examen contient **10** questions sur un total de **19** pages.
(incluant cette page)

La pondération de ce contrôle est de **50** %

Vous devez répondre sur : [X] le questionnaire [ ] le cahier [ ] les deux

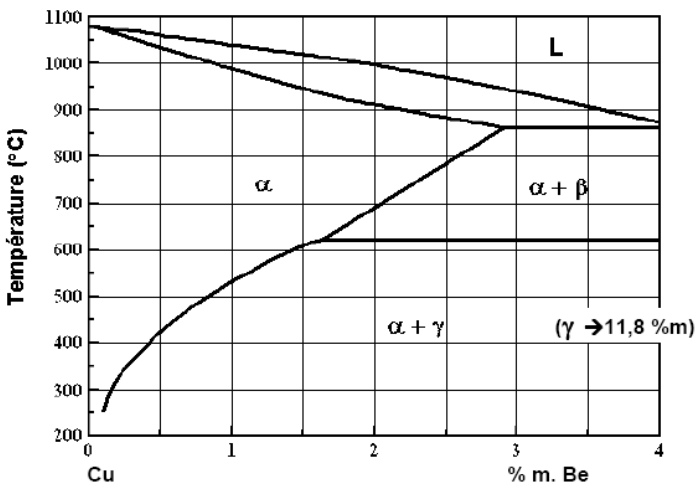
Vous devez remettre le questionnaire : [X] oui [ ] non

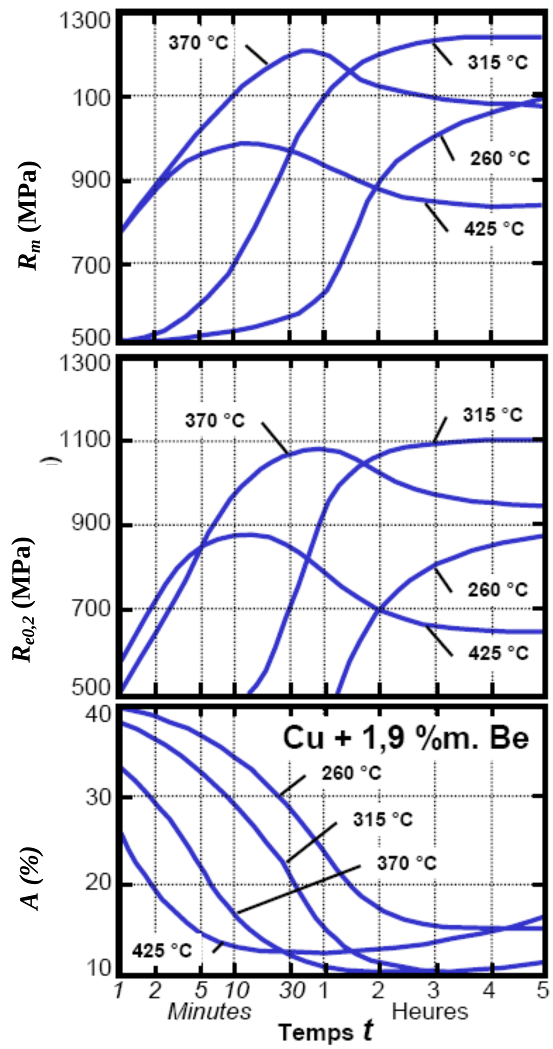
L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.

Remarque : Les 5 premières questions portent sur les unités obligatoires (unités 1 à 7). Les questions suivantes couvrent les unités facultatives : 8, 9, 10, 11 et 12. Vous devez répondre à au moins 3 de ces 5 questions.

Question n° 1
Propriétés mécaniques en traction et traitements thermiques(7 points)

Tout comme certains alliages d'aluminium, certains alliages de cuivre (Cu) peuvent subir un durcissement structural après leur mise en forme. En ajoutant du béryllium (Be) au cuivre, il est en effet possible de produire des précipités durcissants efficaces (traitement T6). En utilisant le diagramme d'équilibre Cu-Be et les courbes de vieillissement donnés ci-dessous, répondez aux questions suivantes :





a) Pour un alliage de Cu qui contient 1,5 % massique de Be, quelle (s) est (sont) la (les) phase(s) à l'équilibre, à 1000°C (1 point)

Réponse : **Liquide + phase α**

b) Pour l'alliage dont la composition chimique est donnée en a), dans quel intervalle de température l'étape de mise en solution, première étape du traitement T6, peut-elle être réalisée ? (1 point)

Réponse : **620°C < θ < 950°C**

c) Quel est le nom de la dernière étape du traitement de durcissement structural menant à l'état T6 ? (1 point)

Réponse : **vieillissement**

d) Complétez les affirmations suivantes en utilisant les signes +, - ou =. (4 points)

i : Lorsqu'il est durci à l'état T6, l'alliage Cu-1,5 % Be est ___–___ ductile que lorsqu'il est recuit (à l'équilibre).

ii : Lorsqu'il est durci à l'état T6, l'alliage Cu-1,5 % Be est __=___ rigide que lorsqu'il est recuit.

iii : Lorsqu'il est à l'état T6 l'alliage Cu-1,5 % Be est __+__ résistant à la traction que lorsqu'il est recuit.

iv : Juste après la mise en solution et la trempe (état W), l'alliage Cu-1,5% Be est ___–___ dur que lorsqu'il est recuit.

Question n° 2 Architecture atomique et glissement (8 points)

Le fer passe d'une structure cristalline cubique centrée (fer α) à une structure cubique à faces centrées (fer γ) lorsqu'il est chauffé au dessus de 910°C. Sachant que pour ces deux structures, le motif de la maille cristalline est composé d'un seul atome de fer, et disposant des données suivantes :

rayon atomique du fer :	0,124 nm
masse molaire du fer :	55,85 g/mol

Nombre d'Avogadro :	$6{,}022 \times 10^{23}$ mol^{-1}
masse volumique du fer γ :	8.63 g/cm^3

a) Comment se nomme la transformation de phase qui a lieu à 910°C ? (1 point)

Réponse : **Transformation allotropique**

b) Quelle est la masse volumique (en g/cm^3) du fer α de structure cubique centrée ? *Justifiez votre réponse par des schémas et des calculs.* (2 points)

Calculs :

La masse volumique : $\rho = \frac{masse}{Volume}$

Calcul de la masse :

Dans une maille cubique centrée, il y a 2 atomes en propre (1 atome au centre de la maille et 8 aux sommets de la maille cubique qui sont partagés entre 8 mailles : 1 + 8 × 1/8 = 2) qui ont chacun une masse de A_{Fe}/N_A où A_{Fe} est la masse molaire du fer et N_A est le nombre d'Avogadro.

Calcul du volume :

On a une maille cubique d'arête a et, dans une maille cubique centrée, les atomes de rayon R sont tangents dans une direction <111> (la grande diagonale du cube). On a : $a\sqrt{3} = 4R$.

$$\rho = \frac{masse}{Volume} = \frac{2 \times \left(\frac{A_{Fe}}{N_A}\right)}{a^3} = \frac{2 \times \left(\frac{55,85\ g \cdot mol^{-1}}{6,022 \times 10^{23}\ mol^{-1}}\right)}{\left[\frac{(4 \times [0,127 \times 10^{-7} cm])}{\sqrt{3}}\right]^3} = 7,899\ \ g/cm^3$$

ρ_α = **7,9** **g/cm^3**

c) Lorsqu'une barre de fer passe de 909°C à 911°C, est-elle sujette à une expansion volumique ? *Justifiez votre réponse.* (2 points)

Justification :

Pour la même barre qui conserve sa masse, il y aura une diminution de volume puisque ρ_α (=7,93 g/cm³) < ρ_γ (=8,63 g/cm³).

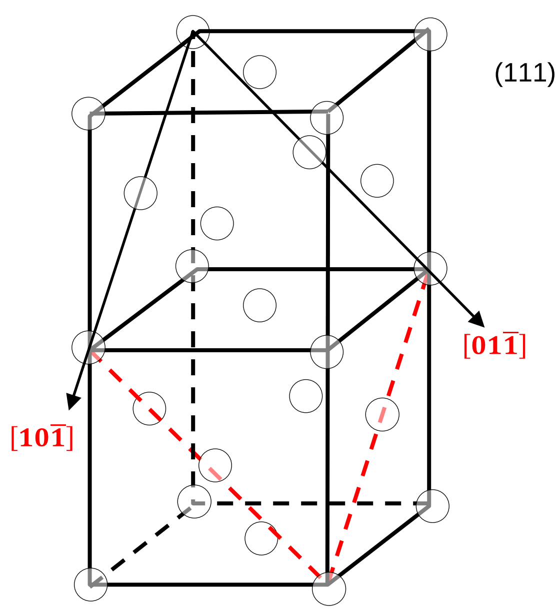
d) Quels sont les indices de Miller de la famille des plans de glissement pour le fer γ de structure cubique à faces centrées ? (1 point)

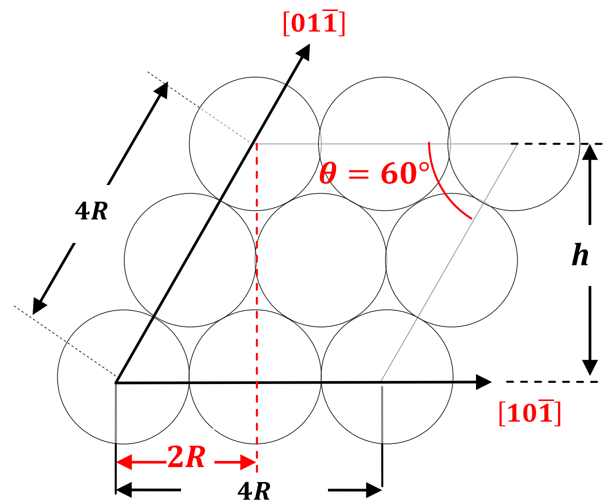
Réponse :

Ce sont les plans denses de la structure cubique à faces centrées : {111}.

e) Quelle est la densité surfacique d'atomes (par nm^2) pour la famille de plans identifiée en **d)** ? *Justifiez votre réponse par des calculs.* (2 points)

Calculs : **Dans une maille cubique à faces centrées, les atomes sont tangents dans le plan (111), on a donc la situation suivante :**





La hauteur h du parallélogramme est : $h = \sqrt{(4R)^2 - (2R)^2} = 2\sqrt{3}R$ **et la densité surfacique est :**

$$D_{(111)} = \frac{nb\ atomes\ en\ propre}{aire} = \frac{\left(2\times\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{3}+4\times\frac{1}{2}+1\right)}{(4R)\left(2\sqrt{3}R\right)} = \frac{4}{8\sqrt{3}R^2} = \frac{1}{2\sqrt{3}\,(0,124\ nm)^2} =$$

densité surfacique = 18,77 atomes/nm^2

Question n° 3 Matériaux sous contrainte (6 points)

Les propriétés mécaniques d'un acier sont données dans le tableau suivant.

R_e (MPa)	R_m (MPa)	A (%)	K_{IC} (MPa·m^{½})
550	850	25	95

On fabrique les pièces décrites en **a) b)** et **c)** à partir de cet alliage. Pour chaque type de pièce, calculez la force maximale F_{max} qui peut être appliquée afin qu'il n'y ait pas de déformation plastique ni de rupture.

a) Une barre cylindrique ayant un diamètre de 2,54 centimètres sur laquelle on applique une force de traction selon l'axe longitudinal. (1,5 point)

Calculs :

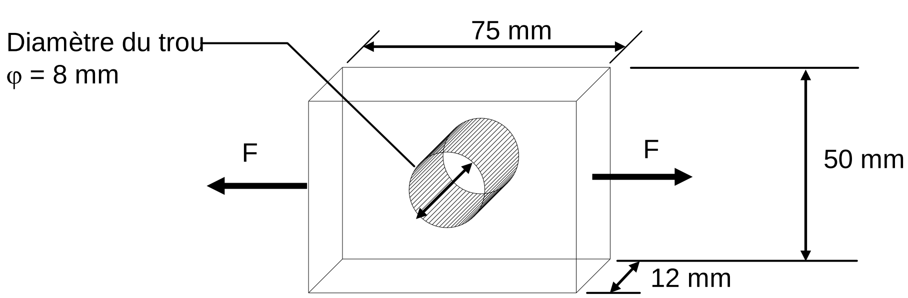
La condition à respecter est qu'il n'y ait ni déformation plastique, ni rupture de la tige cylindrique. Alors : $\sigma \leq R_e$.

Comme $\rho = \frac{F}{S_0}$ et que $S_0 = \pi \frac{d^2}{4}$, on a :$F = \frac{\pi d^2\, \rho}{4}$

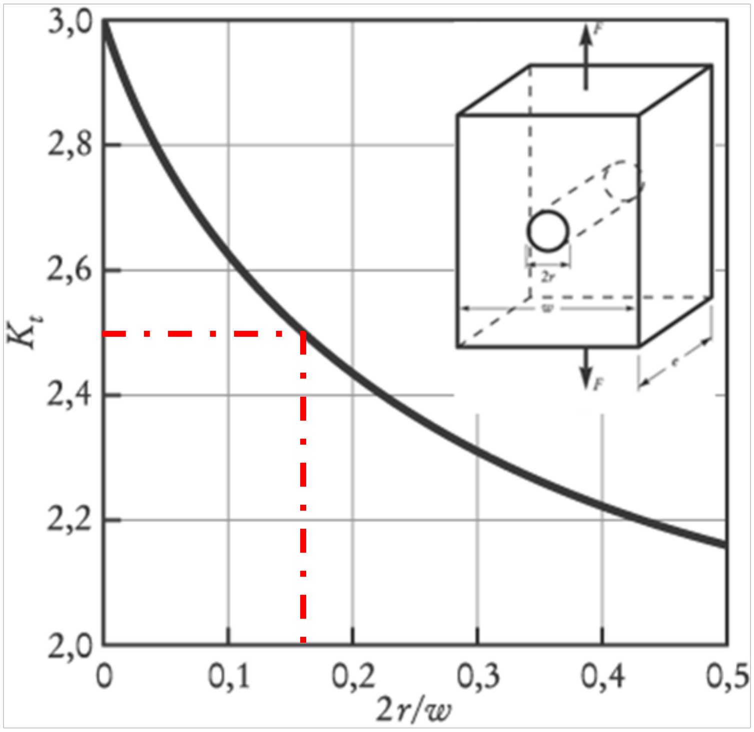
Donc, $F_{max} = \frac{\pi d^2\, R_e}{4} = \frac{\pi (2{,}54 \times 10^{-2} m)^2 (550 \times 10^6 N/m^2)}{4} = 278{,}7\ kN$

F_{max} A =	**$278{,}7 \times 10^3$**	**N**

b) Une plaque rectangulaire trouée, sollicitée en traction, dont les dimensions sont données ci-dessous ? (2 points)



Vous disposez aussi d'un graphique donnant la variation du facteur de concentration de contrainte en fonction de différentes géométries.



Calculs :

La condition à respecter est qu'il n'y ait ni déformation plastique, ni rupture de la plaque trouée et il faut considérer la concentration de contrainte due au trou. On a :

$$\sigma_{loc} \leq R_e \qquad (1)$$

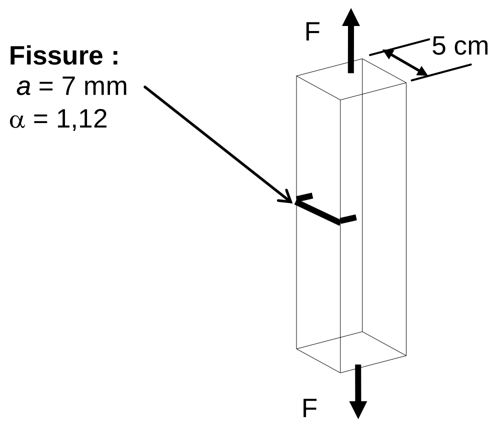
$$\sigma_{loc} = K_t \sigma_{nom} \qquad (2)$$

Le graphique (ligne en tirets rouges) nous donne K_t = 2,5 car $\frac{2r}{w} = \frac{8\ mm}{50\ mm} = 1,6$.
Alors, en combinant (1) et (2) avec la valeur de K_t et en se rappelant que $\sigma_{nom} = \frac{F}{S_0} = \frac{F}{(w-2r)e}$, on a :

$$F_{max} = \frac{R_e[(w-2r)e]}{K_t} = \frac{(550 \times 10^6\ N/m^2)\left[\left((50-8)\times 10^{-3}\ m\right)(12 \times 10^{-3}\ m)\right]}{2,5}$$
$$= 110,9\ kN$$

F_{max} B = 110,9 × 10^3 **N**

c) Un barreau de section carrée, sollicité en traction, qui contient une fissure bande (faisant toute la largeur) ayant une profondeur de 7 millimètres tel que schématisé ci-dessous. Le facteur géométrique d'une fissure bande est 1,12. (2,5 points)



Calculs :

Dans le cas d'une fissure, 2 conditions doivent être respectées simultanément : $\sigma_{nom} \leq R_e$ **et** $K \leq K_{IC}$

Pour la première condition $\sigma_{nom} \leq R_e$**, on a :**

$$F_1 \leq R_e S_0 = (550 \times 10^6\ N/m^2)(5 \times 10^{-2} m)^2 = 1375\ kN$$

Pour la seconde condition $K \leq K_{IC}$ **et sachant que** $K = \alpha \sigma_{nom} \sqrt{\pi a}$**, on a :**

$$F_2 \leq \frac{K_{IC} S_0}{\alpha \sqrt{\pi a}} = \frac{\left(95\ MPa\sqrt{m}\right)(5 \times 10^{-2} m)^2}{1,12\ \sqrt{\pi (7 \times 10^{-3}\ m)}} = 1430\ kN$$

Si on respectait la seconde condition seulement, le barreau subirait une déformation plastique généralisée, alors c'est la condition la plus restrictive qu'il faut prendre :

$$F_{max} = F_1 = 1375\ kN$$

F_{max} C = 1,375 ×10^6 N

Question n° 4 — Ténacité (6 points)

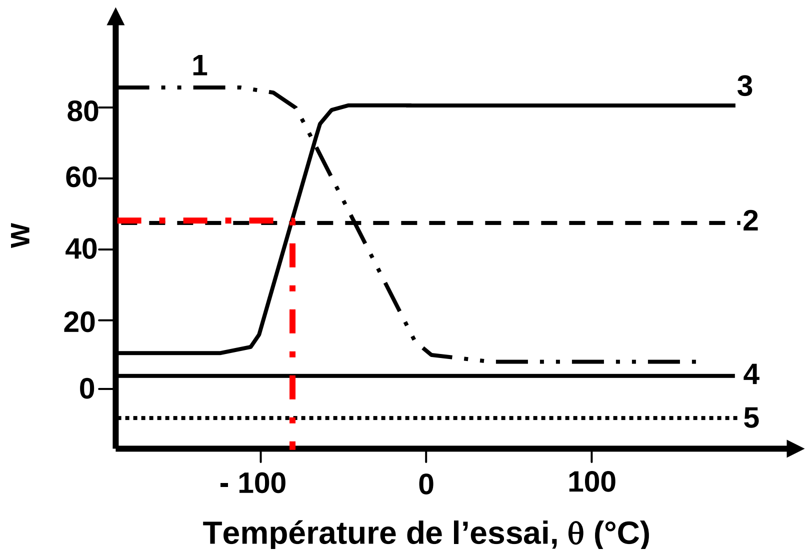
Soit les trois matériaux suivants :

A : Un acier allié de nuance 4340 (0,40 % carbone) brut de trempe de microstructure martensitique

B : Un acier doux de nuance 1010 (0,10 % carbone) composé de ferrite et de perlite

C : Un aluminium recuit de nuance 1100 (aluminium 99 %) et de structure cubique à faces centrées

et soit la figure ci-dessous qui schématise 5 courbes de résilience hypothétiques produites à partir d'essais Charpy.



a) Quel est le nom de la variable W et quelles en sont les unités ? Indice: cette variable est calculée à partir de la hauteur résiduelle du mouton pendule. (1 point)

Réponse : **Énergie absorbée ; Joules**

b) Associez chacun des matériaux (A, B et C) à une courbe de résilience (vous pouvez utiliser les courbes plus d'une fois si désiré). (3 points)

Matériau	A	B	C
courbe	4	3	2

c) Quelle est la température de transition ductile-fragile, θ_y évaluée au niveau moyen des énergies $(W_d + W_f)/2$ qui caractérise la courbe 3 ? (2 points)

Calculs : **Une lecture sur le graphique nous donne $W_f = 10$ J et $W_d = 80$ J.**

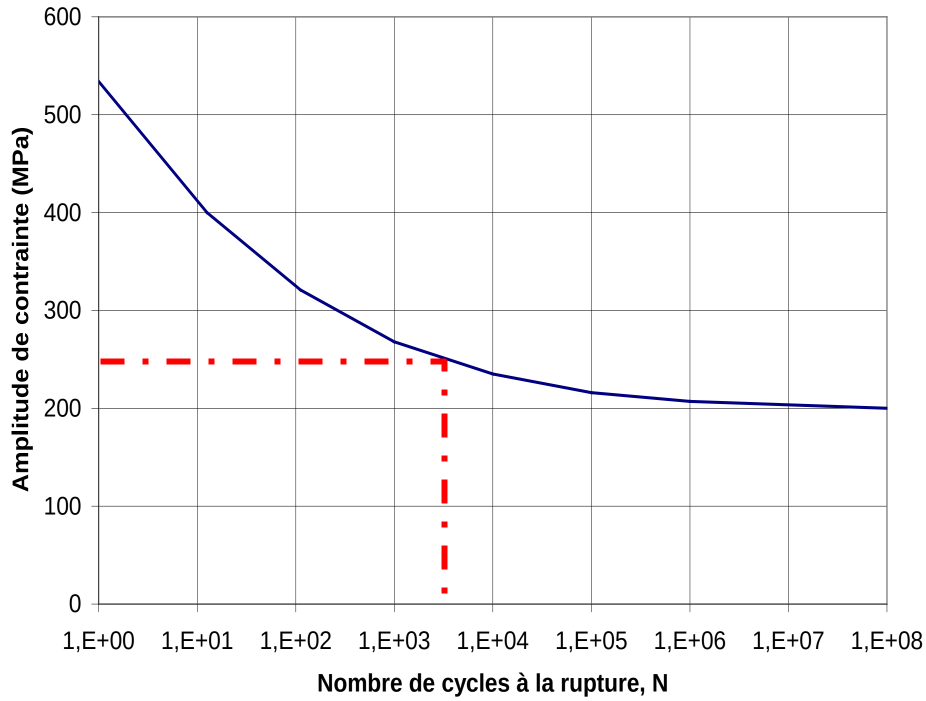
Alors : $\overline{W} = \frac{W_f + W_d}{2} = \frac{10J + 80J}{2} = 45J.$

En revenant sur le graphique (ligne en traits rouges) on remarque que cela correspond à une température de transition ductile fragile d'environ – 80°C.

$\theta_y =$ **– 80°C** °C

Question n° 5 Comportement en service (8 points)

Vous voulez prévoir le comportement en fatigue d'un réservoir qui est soumis à une pression interne constante P = 50 MPa mais qui subit, à toutes les 20 minutes, une sur-pressurisation de 100 MPa (cette surpression s'ajoute à la pression interne constante). Le diamètre du réservoir (D) est 10 fois plus grand que l'épaisseur de sa paroi (t). Pour faire vos prédictions, vous disposez d'une courbe expérimentale donnant l'amplitude de la contrainte cyclique en MPa en fonction du nombre de cycles à la rupture, pour un rapport de contrainte R = -1. Nous vous demandons de considérer uniquement la contrainte tangentielle, $\sigma_{\theta\theta}$ suivante :



Rappel de résistance des matériaux:
$\sigma_{\theta\theta} = PD/2t$
avec P la pression interne, *D* le diamètre du réservoir et *t* l'épaisseur de la paroi du réservoir.

a) Quel est le rapport des contraintes du cycle de sollicitation appliqué au réservoir? (2 points)

Calculs et justifications :

On remarque que : $\sigma_{\theta\theta} = \frac{PD}{2t} = \frac{P(10t)}{2t} = 5P$. **On a immédiatement,**

$\sigma_{\theta\theta,min} = 5\,(50\ MPa) = 250\ MPa$ **et** $\sigma_{\theta\theta,max} = 5\,(50\ MPa + 100\ MPa) = 750\ MPa.$

Comme $R = \frac{\sigma_{\theta\theta,min}}{\sigma_{\theta\theta,max}} = \frac{250\ MPa}{750\ MPa} == \frac{1}{3} \approx 0,33$

R = 0,33

b) Quelle est la contrainte moyenne du cycle de sollicitation appliqué au réservoir ? (1 point)

Calculs et justifications :

Par définition,

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = \frac{750\ MPa + 250\ MPa}{2} = 500\ MPa$$

σ_m =	500	MPa

c) Quelle est l'amplitude de contrainte du cycle de sollicitation appliqué au réservoir ? (1 point)

Calculs et justifications :

Par définition,

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \frac{750\ MPa - 250\ MPa}{2} = 250\ MPa$$

σ_a =	250	MPa

d) Quelle est la fréquence (en Hertz) du cycle de sollicitation appliqué au réservoir ? (1 point)

Calculs et justifications :

Par définition,

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20\ min} \times \frac{1\ min}{60\ s} = \frac{1}{1200\ s} = 8,\overline{3} \times 10^{-4}\ Hz$$

fréquence =	$8,3 \times 10^{-4}$	Hz

e) En faisant l'hypothèse que la contrainte moyenne n'a pas d'effet sur la durée de vie en fatigue du réservoir, quelle est la durée de vie (en jours) prévue pour le réservoir ?. (2 points)

Calculs et justifications :

Pour σ_a = 250 MPa, une lecture sur le graphique (ligne en traits rouges) nous donne une durée de vie de $10^{3,5}\ cycles = 3162\ cycles$. Comme chaque cycle dure 20 minutes, on a :

$$t_{vie\ (heures)} = 3162\ cycles \times \frac{20\ min}{cycle} \times \frac{1\ h}{60\ min} \times \frac{1\ jour}{24\ h} = 43,92\ jour \cong 44\ jours$$

Durée =	44	jours

f) Selon vos connaissances, est-ce qu'il est sécuritaire d'utiliser l'hypothèse proposée en e) pour faire vos calculs (Oui ou Non) ? *Justifiez votre réponse.* (1 point)

Réponse :

Non, puisque les résultats de la courbe de Wöhler sont à R = -1.

À R = -1, la contrainte moyenne est plus faible qu'à R = 0,33. Généralement, lorsqu'on augmente la contrainte moyenne, la durée de vie diminue. Donc, les résultats en e) surestiment la durée de vie du réservoir.

Remarque : Les questions suivantes couvrent les unités facultatives : 8, 9, 10, 11 et 12.

Vous devez répondre à au moins 3 de ces 5 questions.

Question n° 6 Corrosion (5 points)

Pour les 3 questions suivantes, cochez les propositions qui sont vraies.

Attention, une réponse fausse annule une bonne réponse.

a) Dans un couple de corrosion galvanique où deux métaux de nature différente sont plongés dans un électrolyte et sont en contact électrique direct,

o	les ions métalliques sont mis en solution à la cathode.	
o	le métal le plus noble est la cathode du couple.	✓
o	les électrons produits par la réaction anodique sont consommés à la cathode.	✓
o	la densité de courant de corrosion est élevée si l'anode est petite et la cathode grande.	✓
o	la densité de courant de corrosion est contrôlée par la cinétique des réactions anodiques.	
o	la différence de potentiel entre l'anode et la cathode est directement proportionnelle au courant de corrosion (loi d'Ohm).	
o	la perte de masse est uniforme sur toute l'épaisseur de l'anode en contact avec l'électrolyte.	

b) Considérez une pièce d'acier ordinaire partiellement immergée dans un réservoir d'eau stagnante à la température ambiante. Sa vitesse de corrosion augmente si:

o on ajoute du sel (NaCl) dans l'eau.	✓
o on accole une pièce de cuivre à celle d'acier.	✓
o on ajoute des ions chromates (inhibiteur) à l'eau.	
o on abaisse la température de l'eau de 15°C.	
o le réservoir n'est pas couvert et l'eau à la surface est agitée par les vents.	✓
o on acidifie l'eau.	✓
o on enduit l'extérieur du réservoir d'une couche de peinture à l'époxy.	

c) Pour que la cinétique d'oxydation d'un métal soit de type logarithmique, il faut que:

o l'enthalpie d'oxydation du métal soit très élevée.	
o le rapport de Pilling-Bedworth soit compris entre 1 et 2,4.	✓
o le rapport de Pilling-Bedworth soit supérieur à 3.	
o l'oxyde formé ait une structure atomique de grande compacité.	
o l'oxyde formé soit un composé stoechiométrique.	✓
o le rapport molaire métal/oxyde de l'oxyde formé soit élevé.	
o la conductibilité électrique de l'oxyde formé soit faible.	✓

Question n° 7 Propriétés physiques (5 points)

Vous devez faire le choix d'un matériau ferromagnétique pour les deux applications suivantes :

1. un noyau de transformateur électrique ;
2. l'aiguille d'une boussole.

a) Pour chacune de ces applications, quel type de matériau ferromagnétique (soit de type **dur**, soit de type **doux**) choisirez-vous ? (Espace de réponse disponible à la page suivante) (2 points)

Application :	**noyau de transformateur**
Type du matériau choisi :	**doux**

Justifications :

- **Valeur élevée de perméabilité magnétique (μ ou μ_r) ;**
- **Faible perte d'énergie au cours d'un cycle complet d'aimantation ;**

Donc petite surface de la boucle d'hystérésis.

Application :	**aiguille d'une boussole**
Type du matériau choisi :	**dur**

Justifications :

- **Valeur élevée de perméabilité magnétique (μ ou μ_r) ;**
- **Grande valeur du champ coercitif H_c afin de ne pas être désaimanté par des champs extérieurs parasites ;**

Donc grande surface de la boucle d'hystérésis.

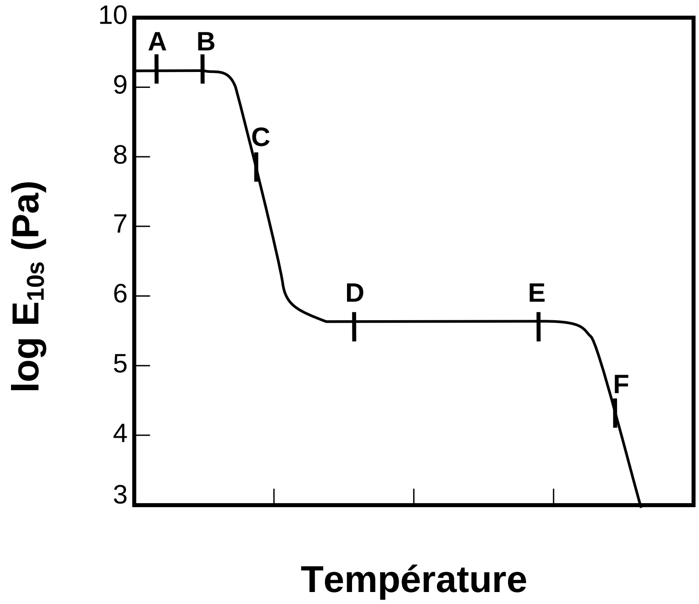
b) Parmi les caractéristiques présentées au tableau suivant, lesquelles doivent appartenir au matériau ferromagnétique de type **dur** ou de type **doux** que vous avez choisi pour l'application ci-dessus ? *Cochez les cases appropriées.* (3 points)

Attention, une fausse réponse annule une bonne réponse.

Caractéristiques	***Type de matériau***	
	dur	**doux**
Module d'Young E élevé		
Champ coercitif H_c élevé	✓	
Perméabilité magnétique relative μ_r faible (voisine de 1)		
Microstructure à gros grains		✓
Forte densité de dislocations obtenues par écrouissage	✓	
Métal ou alliage monophasé		✓
Alliage contenant une grande densité de fins précipités	✓	
Grande largeur de la bande interdite E_g		
Petite surface de la boucle d'hystérésis		✓

Question n° 8 — Matières plastiques (5 points)

La figure ci-dessous donne la variation du module de rigidité quand la température croît.



a) Quel type de polymère, parmi les choix suivants, est caractérisé par cette courbe ? *Cochez la bonne réponse.* (1 point)

Type de polymère	
thermoplastique fortement cristallisé	
thermodurcissable	
thermoplastique amorphe	✓
élastomère	

b) Indiquez, par des lettres apparaissant sur la figure ci-haut, le domaine de températures où le polymère est à l'état caoutchoutique et le domaine où il est à l'état vitreux ? (1 point)

État	caoutchoutique	vitreux
Domaine (lettres repères)	**D-E**	**A-B**

c) Indiquez la lettre qui correspond à la température de fusion et celle qui correspond à la température de transition vitreuse du polymère ? (1 point)

Température	de fusion	de transition vitreuse
Lettre repère	**F**	**C**

d) Dans quel état, parmi les choix suivants, y a-t-il un redéploiement réversible des chaînes de polymères ? *Cochez la bonne réponse.* (1 point)

État	vitreux	caoutchoutique	fondu
		✓	

e) Pour quelle raison indique-t-on, avec un indice, le temps (sur le graphique 10s) avec la mesure du module d'Young du polymère ? (Espace de réponse à la page suivante) (1 point)

Réponse :

Parce que les polymères thermoplastiques manifestent un comportement viscoélastique.

Question n° 9 Céramiques (5 points)

Une brique de MgO frittée et contenant 5 % de porosité a les propriétés mécaniques suivantes :

$(\mathbf{R_m})_{traction}$ = 105 MPa n = 3,75 **E** = 204 GPa

La magnésie MgO a les propriétés physiques suivantes: $\alpha = 13{,}5 \times 10^{-6}$ °C^{-1} et $\nu = 0{,}35$.

a) Quelle résistance à la traction (en MPa) aurait une brique de MgO ne contenant aucune porosité ? (1 point)

Calculs ou justifications :

En utilisant l'équation $R_m = (R_m)_0\, e^{-nP}$ reliant la valeur de R_m à la proportion volumique de porosité P, nous trouvons :

$$(R_m)_0 = R_m\, e^{nP} = (105 \text{ MPa})\, e^{(3,75)(0,05)} = 126{,}7 \text{ MPa}$$

$(R_m)_0$ =	126,7	MPa

b) Quel serait le module d'Young (en GPa) d'une brique de MgO sans porosité ? (1 point)

Calculs ou justifications :

En utilisant l'équation $E = E_0(0{,}9P^2 - 1{,}9P + 1)$ reliant la valeur de E à la proportion volumique de porosité P, nous trouvons :

$$E_0 = \frac{E}{(0{,}9\,P^2 - 1{,}9\,P + 1)} = \frac{204\ GPa}{(0{,}9\,(0{,}05)^2 - 1{,}9\,(0{,}05) + 1)} = 224{,}9\ GPa$$

E_0 =	224,9	GPa

Une autre brique de MgO, frittée et ayant une porosité de 2 %, est chauffée à une température de 1000 °C pendant 48 heures puis refroidie brusquement à la température ambiante (25 °C).

c) Va-t-elle se rompre ? (3 points)
On supposera la résistance en compression est le double de celle en traction et que f(ν) = (1 – ν).

Calculs ou justifications :

Lors d'un refroidissement, la surface de la brique cherche à se contracter mais le reste de la brique l'en empêche. La surface de la brique est alors en tension. Pour cette raison, on prend la valeur de résistance en traction.

Comme la porosité de la brique de MgO est égale à 2 %, ses propriétés mécaniques seront les suivantes :

$E = E_0(0,9P^2 - 1,9P + 1) = 216,4$ GPa $\qquad R_m = (R_m)_0 e^{-nP} = 117,5$ MPa.

La variation maximale de température Δθ* que pourra supporter la brique est donnée par la relation suivante :

$$\Delta\theta^* = \frac{R_m f(\nu)}{E\alpha} = \frac{(117,5 \times 10^9\ Pa)(1 - 0,35)}{(216,4 \times 10^9\ Pa)(13,5 \times 10^{-6}\ °C^{-1})} = 26,15\ °C$$

Cette variation critique de température étant inférieure à la variation imposée $\Delta\theta_{imposé}$ qui est égale à (1000 °C – 25 °C) = 975 °C, il y aura donc rupture de la brique.

Rupture ? Oui ou non : OUI

Question n° 10 Composites (5 points)

On fabrique une tige en matériau composite à fibres continues et alignées longitudinalement faite de 30 % en volume de fibres d'aramide. La matrice est en polycarbonate. Le tableau suivant donne les propriétés mécaniques de ces matériaux.

Matériau	Module d'élasticité (GPa)	Limite d'élasticité (MPa)	Résistance à la traction (MPa)
Polycarbonate	2,4	—	110
Fibres d'aramide	131	—	3 600

La tige a une section transversale de 320 mm^2 et est soumise à une force de traction de 44,5 kN.

a) Quel est le module d'élasticité (en GPa) longitudinal du composite ? (0,5 point)

Calculs :

On trouve facilement :

$$E_C = V_f E_f + (1 - V_f)E_m = (0,30)(131,0\ GPa) + (1 - 0,30)(2,4\ GPa) = 40,98\ GPa$$

Module d'élasticité = 40,98 GPa

b) Quelle est la résistance longitudinale en traction (en MPa) du composite ? (1,5 point)

Calculs :

On constate que les 2 composants, les fibres d'aramide et la matrice de polycarbonate, ont un comportement élastique jusqu'à la rupture. Un calcul de la déformation maximale de chaque composant donne :

$A_f = \frac{(R_m)_f}{E_f} = \frac{3600\times10^6\ Pa}{131{,}0\times10^9\ Pa} = 2{,}75\ \%$ **et** $A_m = \frac{(R_m)_m}{E_m} = \frac{110\times10^6\ Pa}{2{,}4\times10^9\ Pa} = 4{,}58\ \%$

Ce sont les fibres qui se rompent en premier, alors :

$$(R_m)_C = V_f(R_m)_f + (1 - V_f)E_m A_f$$
$$= (0{,}30)(3600\times10^6\ Pa) + (1 - 0{,}30)(2{,}4\times10^9\ Pa)(2{,}75\times10^{-2})$$

$$(R_m)_C = 1126{,}2\ MPa$$

Notons que le composite a aussi un comportement élastique jusqu'à la rupture.

Résistance en traction = 1126 MPa

c) Quelle est la déformation de la tige (en %) de ce composite ? (1 point)

Calculs :

La tige est soumise à une force de traction de 44,5 kN et a une section transversale de 320 mm^2. La contrainte dans le composite est alors :

$$\sigma_C = \frac{F_C}{S_C} = \left(\frac{44{,}5\times10^3\ N}{320\ mm^2}\right)\left(\frac{10^3\ mm}{1\ m}\right)^2 = 139{,}06\ MPa\ .$$

Une valeur de contrainte inférieure à la limite d'élasticité du composite. En appliquant la loi de Hooke, on a : $\varepsilon_C = \frac{\sigma_C}{E_C} = \left(\frac{139{,}06\times10^6\ Pa}{40{,}98\times10^9\ Pa}\right) = 3{,}39\times10^{-3} = 0{,}339\ \%$

Déformation = 0,339 %

d) Quelles sont les contraintes (en MPa) supportées par les fibres (σ_f) et par la matrice (σ_m).? (1 point)

Calculs :

En se rappelant que $\varepsilon_C = \varepsilon_f = \varepsilon_m$ dans les composites à fibres continues et alignées longitudinalement, une simple application de la loi de Hooke nous donne immédiatement :

$$\boldsymbol{\sigma_f = E_f\varepsilon_C = (131,0 \times 10^9\ Pa)(3,39 \times 10^{-3}) = 444,1 \times 10^6\ Pa = 444,4\ MPa}$$

et $$\boldsymbol{\sigma_m = E_m\varepsilon_C = (2,4 \times 10^9\ Pa)(3,39 \times 10^{-3}) = 8,14 \times 10^6\ Pa = 8,14\ MPa}$$

σ_f = **444,1 MPa**	σ_m = **8,14 MPa**

On utilise un même volume de fibres courtes et alignées longitudinalement dont le facteur de forme est inférieur au facteur de forme critique.

e) De quel composant (les fibres ou la matrice) dépendra le comportement mécanique du composite ? Dans quel sens seront affectées les propriétés mécaniques du composite à fibres courtes par rapport à celles du composite à fibres continues ? (1 point)

Composant : **matrice**

Sens de la modification :

Les propriétés mécaniques du composite à fibres courtes seront inférieures à celles du composite à fibres longues et continues.

Bonne chance! Joyeuses Fêtes!

Myriam Brochu, responsable du cours
Richard Lacroix, chargé de cours.

Formulaire général

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \nu\left(\sigma_x + \sigma_z\right)\right]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right]$$

$$G = \frac{E}{2\left(1+\nu\right)}$$

$$\nu = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_z}$$

$$R_{th} = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{a_0}}$$

$$1 = \frac{h\mathbf{x}}{n\mathbf{a}} + \frac{k\mathbf{y}}{n\mathbf{b}} + \frac{l\mathbf{z}}{n\mathbf{c}}$$

$$\mathbf{r} = u\mathbf{a} + v\mathbf{b} + w\mathbf{c}$$

$$\sigma_y = \sigma_{nom}\left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{r}}\right)$$

$$\tau = \frac{F}{S_0}\cos\theta\cos\chi$$

$$\tau_{th} = \frac{G}{2\pi}\frac{b}{a}$$

$$R_{e\,0.2} = \sigma_0 + kd^{-1/2}$$

$$l_c = a^* = \frac{2E\gamma_S}{\pi\sigma^2}$$

$$K_C = \alpha\sigma_{nom}\sqrt{\pi a}$$

$$f_S C_S + f_L C_L = C_0$$

$$D = D_0\exp\left(-\frac{Q_0}{kT}\right)$$

$$\varepsilon_{vél} = \frac{\sigma_t}{K_2}\left[1 - \exp\left(-\frac{K_2 t}{\eta_2}\right)\right]$$

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^n$$

$$\boldsymbol{R} = \frac{\boldsymbol{\sigma}_{\min}}{\boldsymbol{\sigma}_{\max}}$$

$$m = \frac{A i_{corr}\, t}{nF}$$

$$\Delta = \frac{\left(m_a\right)_{ox}\,\rho_M}{\left(m_a\right)_M\,\rho_{ox}}$$

$$R = \frac{\rho l}{S}$$

$$\sigma = n_e e \mu_e$$

$$\sigma = \left(n_e e\mu_e + n_t e\mu_t\right)$$

$$\sigma = \sigma_0\exp\left(\frac{-E_g}{2kT}\right)$$

$$E = E_0\left(1 - 1{,}9\,P + 0{,}9\,P^2\right)$$

$$\boldsymbol{R_m} = \left(\boldsymbol{R_m}\right)_0\,\mathbf{e}^{-nP}$$

$$\Delta\theta^* = R_1 = \frac{R_m f(\nu)}{E\alpha}$$

$$R_3 = \frac{E}{R_m^2 . f(\nu)}$$

$$R_4 = \frac{E\gamma_S}{R_m^2 . f(\nu)} = \gamma_S R_3$$

$$\left(R_m\right)_C = V_f\left(R_m\right)_f + \left(1 - V_f\right)\sigma_m$$

$$\left(R_m\right)_C = V_f\,\sigma_f + \left(1 - V_f\right)\left(R_m\right)_m$$

$$E_C = V_f E_f + V_m E_m$$

$$E_C \cong \frac{3}{8}V_f E_f + V_m E_m$$

$$\left(R_m\right)_C = kV_f\left(R_m\right)_f + V_m\sigma_m$$