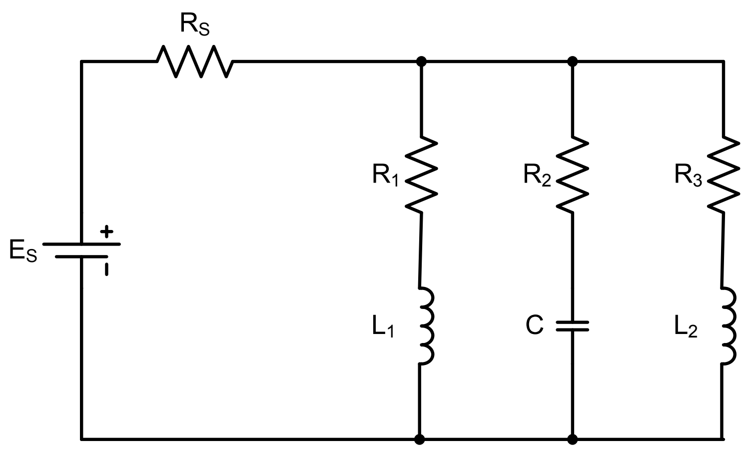
ÉLÉMENTS D'ÉLECTROTECHNIQUE ET D'ÉLECTRONIQUE
ELE 1403
Examen de mi-terme – Hiver 2013

CORRIGÉ

<u>Problème 1 (4 points)</u>

Une source à courant continu alimente le circuit suivant. La tension de la source $E_s = 70$ V, $R_S = 5\ \Omega$, $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 8\ \Omega$, $R_3 = 4\ \Omega$, $L_1 = 10$ mH, $L_2 = 20$ mH et $C = 30\ \mu$F.



a) Calculer la tension aux bornes des trois branches en parallèle;
b) trouver les courants dans chacune des branches en parallèle et le courant fourni par la source;
c) calculer l'énergie emmagasinée dans chacune des inductances et dans le condensateur
d) calculer la puissance dissipée par chaque résistance;
e) trouver la puissance fournie par la source.

En courant continu les tensions aux bornes de L_1 et L_2 sont nulles et le courant à travers C est nul. La branche de la résistance R2 est donc en circuit ouvert.

$a)$

$$R_1//R_3 = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = \frac{4 \cdot 4}{4+4} = 2\ \Omega$$

$$E_{3//} = E_s \cdot \frac{R_1//R_3}{(R_s + R_1//R_3)} = 70 \cdot \frac{2}{(5+2)} = 20\ \text{V}$$

$b)$

$$I_{R_1} = \frac{E_{3//}}{R_1} = \frac{20}{4} = 5\ \text{A}$$

$$I_{R_2} = 0\ \text{A}$$

$$I_{R_3} = \frac{E_{3//}}{R_3} = \frac{20}{4} = 5\ \text{A}$$

$$I_S = I_{R_1} + I_{R_2} + I_{R_3} = 5+0+5 = 10\ \text{A}$$

$c)$

$$W_{L_1} = \frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot I_{R_1}^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(10 \cdot 10^{-3}\right) \cdot 5^2 = 125\ \text{mJ}$$

$$W_{L_2} = \frac{1}{2} \cdot L_2 \cdot I_{R_3}^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(20 \cdot 10^{-3}\right) \cdot 5^2 = 250\ \text{mJ}$$

$$W_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot E_C^2 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot E_{3//}^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(30 \cdot 10^{-6}\right) \cdot 20^2 = 6\ \text{mJ}$$

$d)$

$$P_{R_s} = R_S \cdot I_S^2 = 5 \cdot 10^2 = 500\ \text{W}$$

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_{R_1}^2 = 4 \cdot 5^2 = 100\ \text{W}$$

$$P_{R_2} = R_S \cdot I_{R_2}^2 = 5 \cdot 0^2 = 0\ \text{W}$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_{R_3}^2 = 4 \cdot 5^2 = 100\ \text{W}$$

$e)$

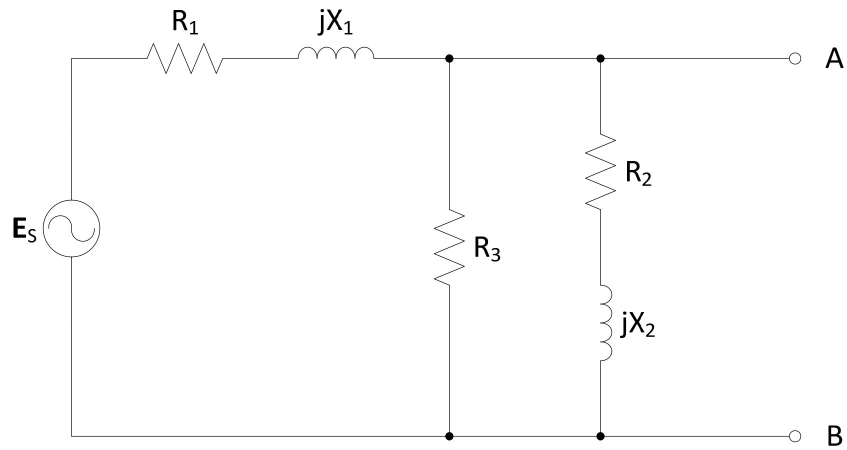
$$P_S = E_S \cdot I_S = 70 \cdot 10 = 700\ \text{W}$$

ou

$$P_S = P_{R_s} + P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} = 500 + 100 + 0 + 100 = 700\ \text{W}$$

Problème 2 (4 points)

Le circuit ci-dessous est alimenté par une source dont la tension est égale à 50 V avec un déphasage de +30º. Dans ce circuit R_1 = 3 Ω, X_1 = 4 Ω, R_2 = 0,78 Ω, X_2 = 6,13 Ω et R_3 = 10 Ω.



a) Calculer le phaseur tension de Thévenin $\mathbf{E}_T$ de ce circuit entre les bornes A et B;
b) calculer l'impédance de Thévenin Z_T de ce circuit vue entre les bornes A et B;
c) dessiner le circuit équivalent de Thévenin de ce circuit entre les bornes A et B;
d) à partir du circuit de Thévenin déduire le phaseur courant $\mathbf{I}_N$ et l'impédance Z_N du circuit équivalent de Norton du circuit entre les bornes A et B;
e) dessiner le circuit équivalent de Norton de ce circuit entre les bornes A et B.

$a)$

Méthode des nœuds : Nœud A *(potentiel inconnu* $\boldsymbol{E}_A$ *) et nœud* B *à la terre* $(0\,\mathrm{V})$

$$\frac{\boldsymbol{E}_S - \boldsymbol{E}_A}{R_1 + jX_1} + \frac{\boldsymbol{E}_B - \boldsymbol{E}_A}{R_3} + \frac{\boldsymbol{E}_B - \boldsymbol{E}_A}{R_2 + jX_2} = 0$$

$$\frac{50\angle+30^\circ - \boldsymbol{E}_A}{3 + j4} + \frac{0 - \boldsymbol{E}_A}{10} + \frac{0 - \boldsymbol{E}_A}{0,78 + j6,13} = 0$$

$$\boldsymbol{E}_A = 25\angle+30^\circ\,\mathrm{V}$$

$$\boldsymbol{E}_T = \boldsymbol{E}_{AB} = \boldsymbol{E}_A - \boldsymbol{E}_B = 25\angle+30^\circ - 0 = 25\angle+30^\circ\ \mathrm{V}$$

$b)$

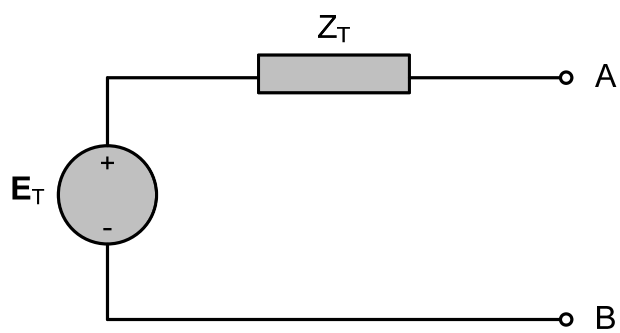
On court – circuite la source de tension E_S

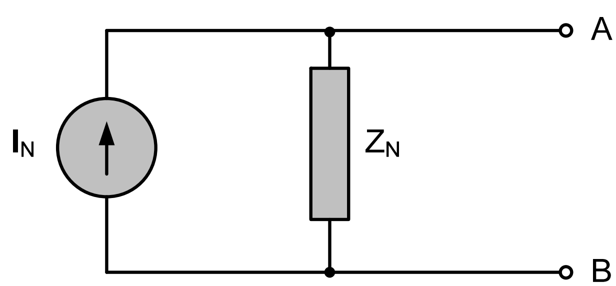
$$Z_T = Z_{AB} = \frac{1}{\dfrac{1}{R_1 + jX} + \dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_2 + jX_2}} = \frac{1}{\dfrac{1}{3 + j4} + \dfrac{1}{10} + \dfrac{1}{0,78 + j6,13}} = 1,5 + j2\,\Omega$$

$d)$

$$Z_N = Z_T = 1,5 + j2\,\Omega$$

$$\boldsymbol{I}_N = \frac{\boldsymbol{E}_T}{Z_T} = \frac{25\angle+30^\circ}{1,5 + j2} = 10\angle-23,13^\circ\ \mathrm{A}$$





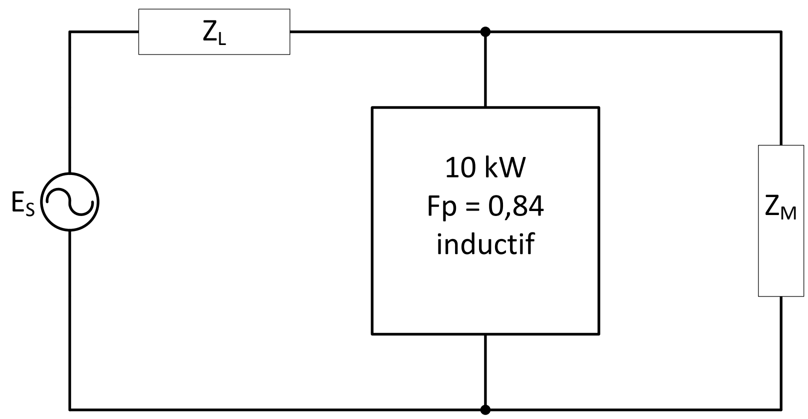
Problème 3 (6 points)

Sur le schéma ci-dessous on a deux charges en parallèle :

- Une charge de 10 kW avec un facteur de puissance de 0,84 inductif;
- Une charge représentée par son impédance soit $Z_M = 8 + j6\ \Omega$.

La tension aux bornes de ces deux charges est de 240 V.

Les deux charges sont alimentée par une source de tension sinusoïdale Es à travers une ligne dont l'impédance est $Z_L = j0{,}4\ \Omega$.



a) calculer les puissances réelles, réactives et apparentes de chacune des deux charges;
b) calculer le courant tiré par l'ensemble de ces deux charges;
c) calculer la tension E_s que l'on doit avoir afin de maintenir la tension aux bornes des deux charges égale à 240 V;
d) calculer la valeur de la capacitance que l'on doit mettre en parallèle avec ces deux charges pour ramener à l'unité le facteur de puissance qu'elles présentent ensemble, tout en maintenant la tension à leurs bornes égale à 240 V;
e) après avoir ajouté ce condensateur, calculer le nouveau courant fourni par la source.
f) calculer alors la valeur de E_s que l'on doit avoir pour maintenir 240 V aux bornes des charges.

$a)\;\; P_1 \;=10000 \text{ W}$

$Q_1 = P_1 \cdot \tan\left(\cos^{-1}\left(fp_1\right)\right) = 10000 \cdot \tan\left(\cos^{-1}\left(0,84\right)\right) = 6459 \text{ var}$

$\left|S_1\right| = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = \sqrt{10000^2 + 6459^2} = 11910 \text{ VA}$

$\boldsymbol{I}_2 = \dfrac{\boldsymbol{E}_{CH}}{Z_M} = \dfrac{240\angle 0^\circ}{8 \;+\; j6} = 24\angle -36,87^\circ \text{ A}$

$P_2 \;=\; R_M \cdot \left|\boldsymbol{I}_2\right|^2 = 8 \cdot 24^2 = 4608 \text{ W}$

$Q_2 \;=\; X_M \cdot \left|\boldsymbol{I}_2\right|^2 = 6 \cdot 24^2 = 3456 \text{ W}$

$\left|S_2\right| = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} = \sqrt{4608^2 + 3456^2} = 5730 \text{ VA}$

$b)\;\; S_{CH} = P_{CH} + jQ_{CH} = \left(P_1 + P_2\right) + \; j\left(Q_1 + Q_2\right) = 14608 + \; j9915 = 17655\angle 34,2^\circ \;\text{ VA}$

$S_{CH} = \boldsymbol{E}_{CH} \cdot \boldsymbol{I}_{CH}^* = \boldsymbol{E}_{CH} \cdot \boldsymbol{I}_S^* \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{I}_S^* = \dfrac{S_{CH}}{\boldsymbol{E}_{CH}} = \dfrac{17655\angle 34,2^\circ}{240\angle 0^\circ} = 73,56\angle 34,2^\circ \text{ A}$

$\Rightarrow \quad \boldsymbol{I}_S = \; 73,56\angle -34,2^\circ \text{ A}$

$c)\;\; P_L = \; 0$

$Q_L = \; X_L \cdot \left|\boldsymbol{I}_S\right|^2 = 0,4 \cdot 73,56^2 = 2164 \text{ var}$

$S_S = P_S + jQ_S = \left(P_{CH} + P_L\right) + \; j\left(Q_{CH} + Q_L\right) = 14608 + \; j12079 = 18955\angle 39,6^\circ \;\text{ VA}$

$S_S = \boldsymbol{E}_S \cdot \boldsymbol{I}_S^* \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{E}_S = \dfrac{S_S}{\boldsymbol{I}_S^*} = \dfrac{18955\angle 39,6^\circ}{73,56\angle 34,2^\circ} = 257,7\angle 5,4^\circ \text{ V}$

$d)\;\; Q_C = -Q_{CH} = -9915 \text{ var}$

$Q_C = \; \dfrac{\left|\boldsymbol{E}_{CH}\right|^2}{X_C} \quad \Rightarrow \quad X_C = \dfrac{\left|\boldsymbol{E}_{CH}\right|^2}{Q_C} = \dfrac{240^2}{-9915} = -5,8 \;\Omega$

$C = \dfrac{1}{X_C \cdot \omega} = \dfrac{1}{-5,8 \cdot 377} = 456 \;\mu\text{F}$

$e)\;\; S_{CH+C} = P_{CH} = 14608 \text{ VA}$

$S_{CH+C} = \boldsymbol{E}_{CH} \cdot \boldsymbol{I}_S^* \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{I}_S^* = \dfrac{S_{CH+C}}{\boldsymbol{E}_{CH}} = \dfrac{14608\angle 0^\circ}{240\angle 0^\circ} = 60,9\angle 0^\circ \text{ A}$

$\Rightarrow \quad \boldsymbol{I}_S = \; 60,9\angle 0^\circ \text{ A}$

$f)\;\; P_L = \; 0$

$Q_L = \; X_L \cdot \left|\boldsymbol{I}_S\right|^2 = 0,4 \cdot 60,9^2 = 1484 \text{ var}$

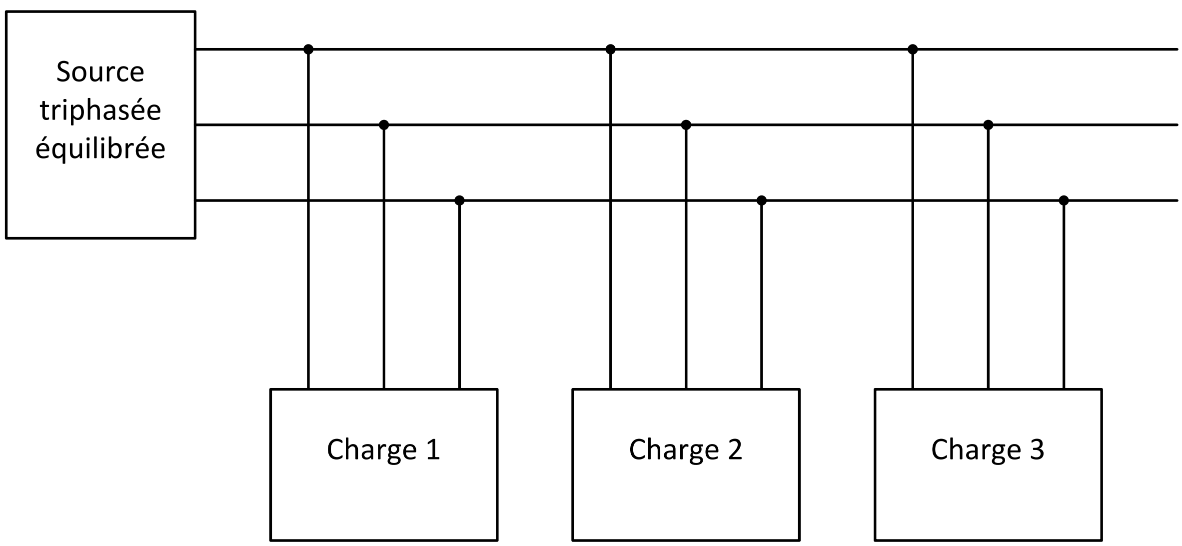
$S_S = P_S + jQ_S = 14608 + \; j1484 = 14683\angle 5,8^\circ \;\text{ VA}$

$S_S = \boldsymbol{E}_S \cdot \boldsymbol{I}_S^* \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{E}_S = \dfrac{S_S}{\boldsymbol{I}_S^*} = \dfrac{14683\angle 5,8^\circ}{60,9\angle 0^\circ} = 241,1\angle 5,8^\circ \text{ V}$

Problème 4 (6 points)

La source triphasée équilibrée de 600 V du circuit triphasé suivant alimente trois (3) charges :

- Charge 1 absorbant 30 kW et 40 kvar
- Charge 2 absorbant 20 kW avec un facteur de puissance de +0,89
- Charge 3 ayant une puissance apparente de 50 kVA avec un facteur de puissance de +0,85



a) Calculer les puissances active, réactive et apparente pour chacune de ces charges;
b) calculer les puissances active, réactive et apparente fournies par la source;
c) calculer le courant de ligne tiré par l'ensemble de ces trois charges;
d) calculer la valeur de la capacitance des condensateurs qu'il faut connecter en étoile et en parallèle avec ces trois charges pour corriger le facteur de puissance vu par la source et l'amener à +0,95
e) après correction du facteur de puissance, calculer le nouveau courant de ligne fourni par la source.

$a)$

$P_1 = 30000 \text{ W}$

$Q_1 = 40000 \text{ var}$

$|S_1| = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = \sqrt{30000^2 + 40000^2} = 50000 \text{ VA}$

$P_2 = 20000 \text{ W}$

$Q_2 = P_2 \cdot \tan\left(\cos^{-1}\left(fp_2\right)\right) = 20000 \cdot \tan\left(\cos^{-1}\left(0{,}89\right)\right) = 10246 \text{ var}$

$|S_2| = \sqrt{P_2^2 + Q_2^2} = \sqrt{20000^2 + 10246^2} = 22472 \text{ VA}$

$|S_3| = 50000 \text{ VA}$

$P_3 = |S_3| \cdot fp_2 = 50000 \cdot 0{,}85 = 42500 \text{ W}$

$Q_3 = \sqrt{S_3^2 - P_2^2} = \sqrt{50000^2 + 42500^2} = 26339 \text{ var}$

$b)$

$S_S = \sum P + j\sum Q = 92500 + j76585 = 120090\angle 39{,}6^\circ \text{ VA}$

$P_S = P_{CH} = 92500 \text{ W}$

$Q_S = Q_{CH} = 76585\ var$

$c)$

$$|S_S| = \sqrt{3} \cdot E_L \cdot I_L \quad \Rightarrow \quad I_L = \frac{|S_S|}{\sqrt{3} \cdot E_L} = \frac{120090}{\sqrt{3} \cdot 600} = 115{,}5 \text{ A}$$

$d)$

$P_S = P_{CH} = 92500 \text{ W}$

$Q_S^{'} = P_S \cdot \tan\left(\cos^{-1}\left(fp^{'}\right)\right) = 92500 \cdot \tan\left(\cos^{-1}\left(0{,}95\right)\right) = 30403 \text{ var}$

$Q_C = Q_S^{'} - Q_S = 30403 - 76585 = -46182 \text{ var}$

$$\frac{Q_C}{3} = \frac{\left(\frac{E_L}{\sqrt{3}}\right)^2}{X_C} \quad \Rightarrow \quad X_C = \frac{3 \cdot \left(\frac{E_L}{\sqrt{3}}\right)^2}{Q_C} = \frac{3 \cdot \left(\frac{600}{\sqrt{3}}\right)^2}{-46182} = -7{,}79\ \Omega$$

$$C = -\frac{1}{X_C \cdot \omega} = -\frac{1}{-7{,}79 \cdot 377} = 340\ \mu\text{F}$$

$e)$

$S_S = P_S + jQ_S^{'} = 92500 + j30403 = 97368\angle 18{,}18^\circ \text{ VA}$

$$I_L = \frac{|S_S|}{\sqrt{3} \cdot E_L} = \frac{97368}{\sqrt{3} \cdot 600} = 93{,}7 \text{ A}$$