



ÉCOLE
POLYTECHNIQUE
M O N T R É A L

Le génie
sans frontières

GÉNIE DES MATÉRIAUX

Note finale:

150

NOM (en majuscules):

CORRIGÉ

PRÉNOM :

SIGNATURE :

MATRICULE :

SECTION :

COURS ING1035 - MATÉRIAUX

Examen final

du 16 décembre 2003

de 9h30 à 12h00

FORMULAIRE DE RÉPONSES

- NOTES :
- ◆ Aucune documentation permise.
 - ◆ Calculatrice non programmable autorisée.
 - ◆ Les nombres en marge de droite indiquent le nombre de points accordés à la question. Le total des points est de 60 points. La note maximale de l'examen étant de 50 points, tout point supplémentaire sera transformé en point de bonus
 - ◆ **Pour les questions nécessitant des calculs, aucun point ne sera accordé à la bonne réponse si le développement n'est pas écrit.**
 - ◆ Utilisez les espaces prévus et, si nécessaire, la page opposée pour vos calculs intermédiaires.
 - ◆ Le questionnaire comprend **15** pages, incluant les annexes (si mentionnés) et le formulaire général.
 - ◆ Le formulaire de réponses comprend **10** pages.
 - ◆ **Vérifiez le nombre de pages de votre questionnaire et de votre formulaire de réponse.**

1. EXERCICE n° 1 (Dégradation)

1.a) Réactions anodique et cathodique.

Identifiez par **A** et **C** chacune de ces réactions.

$M^{n+} + n e^- \rightleftharpoons M$	
$O_2 + 4 H^+ + 4 e^- \rightleftharpoons 2 H_2O$	C
$O_2 + 2 H_2O + 4 e^- \rightleftharpoons 4 OH^-$	
$Al \rightleftharpoons Al^{3+} + 3 e^-$	A

(1 pt)

1.b) Potentiel absolu de la tôle d'aluminium.

Grâce aux données, on peut tracer les courbes de polarisation anodique et cathodique (voir figure en annexe). Le potentiel absolu de la tôle est l'ordonnée du point défini par l'intersection de ces deux courbes.

$V = -0,4 \text{ mV}$

(1 pt)

1.c) Densité de courant j_{Al}

Grâce aux données, on peut tracer les courbes de polarisation anodique et cathodique (voir figure en annexe). La densité de courant j_{Al} est l'abscisse du point défini par l'intersection de ces deux courbes.

$j_{Al} = 2 \times 10^{-2} \text{ A/dm}^2$

(1 pt)

1.d) Équation régissant la croissance des piqûres en fonction du temps.

Justification :

Pour une demi sphère de rayon r , la perte de masse δm durant un temps δt est égale à :

$$\delta m = \rho \delta V = \rho S \delta r = \rho (2\pi r^2 \delta r) \quad (1)$$

Cette perte est donnée par la loi de Faraday :

$$\delta m = \frac{A_{j_{Al}}}{nF} \delta t \quad (2)$$

En combinant les éq. (1) et (2) et puisque la valence n de l'Al est égale à 3, on obtient ainsi, après réarrangement, l'équation suivante :

$$\delta t = (6\pi\rho Fr^2 \delta r) / (A_{j_{Al}}) \quad (3)$$

Équation	
$\delta t = (6\pi\rho Fr^3 \delta r) / (A_{j_{Al}})$	
$\delta t = (\pi\rho Fr \delta r) / (A_{j_{Al}})$	
$\delta t = (2\pi\rho Fr^2 \delta r) / (A_{j_{Al}})$	
$\delta t = (3\pi\rho Fr^2 \delta r) / (A_{j_{Al}})$	
$\delta t = (6\pi\rho Fr^2 \delta r) / (A_{j_{Al}})$	X

1.e) Temps requis (en mois) pour la perforation de la tôle .

Justification :

Il suffit d'intégrer l'équation (3) trouvée à la question précédente, avec comme bornes d'intégration $r = 0$ pour $t = 0$ et $r = e$ pour le temps recherché t .

$$t = \frac{6\pi\rho F}{A_{j_{Al}}} \int_{r=0}^{r=e} r^2 \delta r = \frac{2\pi\rho F}{A_{j_{Al}}} [r^3]_{r=0}^{r=e} = \frac{2\pi\rho F}{A_{j_{Al}}} e^3 \quad (4)$$

Puisqu'il y a une piqûre par cm^2 sur laquelle la densité de courant j_{Al} est égale à $2 \times 10^{-4} \text{ A/cm}^2$, on obtient ainsi le temps recherché t en secondes, que l'on peut transformer en mois :

$$t = \frac{2\pi\rho F}{A_{j_{Al}}} e^3 = \frac{2\pi \times 2,8 \times 9,648 \times 10^4}{26,98 \times 2 \times 10^{-4}} (4 \times 10^{-1})^3 = 7,055 \times 10^6 \text{ s}$$

$t = 2,72 \text{ mois}$

(1 pt)

2. EXERCICE n° 2 (Propriétés physiques)

2.a) Densités N_e et N_t des niveaux d'énergie

Justification :

La quantité $(N_e N_t)^{1/2}$ est égale à :

$$(N_e N_t)^{1/2} = \sigma \left/ \left[e(\mu_e + \mu_t) \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right) \right] \right.$$

Sachant que $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$, on obtient, avec les valeurs données de σ , μ_e , μ_t et $T = 293 \text{ K}$, le résultat suivant :

$$(N_e N_t)^{1/2} = 9,6996 \times 10^{24}$$

Puisque dans un semi-conducteur intrinsèque, chaque électron passant dans la bande de conduction laisse un trou dans la bande de valence $\rightarrow N_e = N_t$,

Donc : $N_e = N_t = 9,83 \times 10^{24}$

$N_e = 9,83 \times 10^{24}$	(1 pt)
$N_t = 9,83 \times 10^{24}$	

2.b) Nombre n_e d'électrons libres

Justification :

Dans un semi-conducteur intrinsèque, chaque électron passant dans la bande de conduction laisse un trou dans la bande de valence $\rightarrow n_e = n_t$. On en déduit que : $(n_e)^2 = (N_e)^2 \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right)$

Avec la valeur de N_e trouvée ci-dessus, on obtient :

$n_e = 9,05 \times 10^{12} / \text{m}^3$	(1 pt)
--	--------

2.c) Température pour avoir une conductivité 1000 fois plus élevée

Justification :

L'équation donnée $\sigma = e(\mu_e \mu_t)(N_e N_t)^{1/2} \exp(-E_g/2kT)$ peut s'écrire aussi : $\sigma = \sigma_0 \exp(-E_g/2kT)$

où σ_0 est une constante.

En appliquant cette dernière équation à deux températures données ($T_1 = 293 \text{ K}$ et $T_2 = ???$) et en faisant le rapport des conductivités (σ_2/σ_1), on obtient, après simplification, la valeur recherchée de la température T_2 :

$$\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = \frac{2k}{E_g} \ln \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \text{ où } (\sigma_2/\sigma_1) = 1000. \text{ On obtient ainsi } T_2 = 390,35 \text{ K} = 117,35 \text{ }^\circ\text{C}$$

$\theta = 117,35 \text{ }^\circ\text{C}$	(2 pts)
--	---------

2.d) Dopant choisi pour avoir une conductivité 1000 fois plus élevée

Justification :

Puisque la conductivité est directement proportionnelle à la mobilité μ_e de électrons et à celle μ_t des trous, il vaut mieux, pour obtenir une augmentation la plus élevée de la conductivité à taux de dopage constant, utiliser un élément dopant qui introduit des électrons de conduction supplémentaires dans le semi-conducteur, car ils ont une mobilité plus grande que celle des trous. On utilisera donc le **sélénium (Se)** qui possède un électron de valence de plus que l'arsenic (As).

Sélénium (Se)	(1 pt)
----------------------	--------

3. EXERCICE n° 3 (Matières plastiques)

3.a) Variables X et Y :

X :	Température
Y :	Log E (si E est en MPa)

(1 pt)

3.b) Caractéristiques des polymères :

Polymère	Caractéristique			
	Chaînes linéaires	Cristallisable	Thermodurcissable	Thermoplastique
PE	X	X		X
PS	X			X
PF			X	

(2 pts)

3.c) Courbe associée au polymère

Polymère	Courbe
PE	D ou C
PS	B
PF	A

(1 pt)

3.d) Différence de microstructure du polymère associé aux courbes C et D

Cochez la (les) case(s) appropriée(s)

Dans un polymère à chaînes linéaires non ramifiées tel que le PE, une **crystallinité plus élevée** se manifeste par une rigidité plus grande dans le domaine caoutchoutique et a peu d'influence sur le domaine vitreux ainsi que sur la température de fusion du polymère.

Un degré de ramification plus grande aurait entraîné une augmentation de la température de fusion.

La vulcanisation n'est pas applicable au PE, qui n'est pas un polymère réticulé.

Différence de microstructure	
Aucune	
Plus réticulée	
Plus ramifiée	
Plus cristallisée	X
Plus vulcanisée	

(1 pt)

4. EXERCICE n° 4 (Céramiques)

4.a) Profondeur a (en nm) des défauts dans SiC massif :

Justification :

La résistance théorique à la traction R_{th} du SiC massif est égale à $E/10$. Sa résistance réelle à la traction est égale à R_m . Donc le facteur de concentration de contrainte K_t associé aux défauts les plus sévères est égal à :

$$K_t = R_{th}/R_m = E/10R_m = 450/18 = 25$$

Ce facteur est aussi égal à : $K_t = (1 + \alpha\sqrt{a/r}) = (1 + 2\sqrt{a/r})$

On en déduit ainsi la valeur de a : $a = [(K_t - 1)/2]^2 r = (12)^2 (0.2)$

$a = 28,8$ nm	(1 pt)
---------------	--------

4.b) Pourcentage p (en %) de porosité :

Justification :

D'après l'équation donnée, on en déduit que $R_m/R_{m0} = e^{-5p}$

Donc la porosité p est égale à : $p = -[\ln(R_m/R_{m0})]/5 = -[\ln(1200/1800)]/5 = 0,0811 = 8,11 \%$

$p = 8,11$ %	(1 pt)
--------------	--------

4.c) Dimension $2a_{max}$ (en μm) des pores dans SiC fritté :

Justification :

La résistance théorique à la traction R_{th} du SiC fritté est égale à $E/10$. Sa résistance réelle à la traction est égale à $R_m = 1200$ MPa. Donc le facteur de concentration de contrainte K_t associé aux défauts les plus sévères est égal à :

$$K_t = R_{th}/R_m = E/10R_m = 450/12 = 37,5$$

Ce facteur est aussi égal à : $K_t = (1 + \alpha\sqrt{a_{max}/r}) = (1 + 2,5\sqrt{a_{max}/r})$

On en déduit la valeur de a : $a_{max} = [(K_t - 1)/2,5]^2 r = (14,6)^2 (10) \text{ nm}$

$2a_{max} = 4,26$ μm	(1 pt)
---------------------------	--------

4.d) Paramètres de frittage :

Le taux de porosité peut être diminué en

- **Augmentant la température de frittage** (ce qui favorise la diffusion à l'état solide). Il ne faut toutefois dépasser la température de fusion du SiC.
- **Augmentant le temps de frittage.**
- **Appliquant une pression hydrostatique** sur le SiC durant le frittage.

(1 pt)

4.e) Différence maximale de température (en °C) au cours d'un refroidissement très sévère :

Justification :

Au cours d'un refroidissement sévère, l'élément chauffant n'est pas libre de se contracter ; il est donc soumis à une contrainte de traction et il y a risque de rupture si cette contrainte atteint la résistance à la traction $R_m = 1200$ MPa du matériau. En appliquant l'équation du choc thermique, on obtient ainsi :

$$\Delta\theta^* = \frac{R_m f(v)}{\alpha E} = \frac{R_m (1-v)}{\alpha E}$$

Avec les valeurs numériques des données (R_m , v , α , E), on obtient :

$\Delta\theta = 333$ °C	(1 pt)
-------------------------	--------

5. EXERCICE n° 5 (Composites)

5.a) Fraction volumique de renfort V_f (en %) requise :

Justification :

La résistance à la traction R_{mc} du composite est égale à : $R_{mc} = V_f R_{mf} + (1 - V_f) \sigma_m = 10 R_{em}$ (1)

où σ_m est la contrainte existant dans la matrice quand les fibres se rompent.

En réarrangeant l'équation (1), on obtient : $V_f = (10 R_{em} - \sigma_m) / (R_{mf} - \sigma_m)$ (2)

Pour trouver la valeur de σ_m , il faut faire la construction graphique donnée en annexe. On constate que l'abscisse de σ_m se trouve à mi-distance entre A_{em} et A_{fm} . La valeur de σ_m est donc de 75 MPa.

Avec les valeurs numériques de R_{em} et R_{mf} , on obtient ainsi la fraction volumique V_f requise

$$V_f = 32,5 \quad \% \quad (2 \text{ pts})$$

5.b) Module d'Young E (en GPa) du composite :

Justification :

Sachant que la fraction volumique de renfort $V_f = 32,5 \%$, on applique la règle des mélanges au module d'Young du composite : $E_c = V_f E_f + (1 - V_f) E_m = 0,325 * 76 + 0,675 * 4 = 27,4 \text{ GPa}$.

$$E = 27,4 \text{ GPa} \quad (1 \text{ pt})$$

5.c) Masse volumique ρ (en g/cm^3) du composite :

Justification :

La masse volumique théorique du composite est trouvée par la règle des mélanges appliquée aux masses volumiques de la matrice et du renfort :

$$\rho_c = V_f \rho_f + (1 - V_f) \rho_m = (0,325 \times 2,54) + (0,675 \times 1,32) \text{ g/cm}^3$$

$$\rho = 1,716 \text{ g/cm}^3 \quad (1 \text{ pt})$$

5.d) Limite d'élasticité R_{ec} (en MPa) du composite :

Justification :

La limite d'élasticité R_{ec} du composite correspond au point où la matrice atteint sa limite d'élasticité R_{em} (voir figure en annexe). À cet instant, la contrainte σ_f dans les fibres est donnée par la loi de Hooke et est égale à :

$$\sigma_f = E_f \epsilon_{em} = E_f (R_{em} / E_m)$$

En appliquant la loi des mélanges aux contraintes à la limite d'élasticité du composite, on obtient :

$$R_{ec} = V_f \sigma_f + (1 - V_f) R_{em} = V_f E_f (R_{em} / E_m) + (1 - V_f) R_{em}$$

$$R_{ec} = R_{em} + R_{em} \left(V_f \frac{E_f}{E_m} - 1 \right)$$

$$R_{ec} = 479,5 \text{ MPa} \quad (1 \text{ pt})$$

6. EXERCICE n° 6 (Diagramme Fe – C)

6.a) *Température(s) de transformation allotropique du fer pur :*

Température (°C)	Transformation
910	$\alpha \leftrightarrow \gamma$
1394	$\gamma \leftrightarrow \delta$

(2 pts)

6.b) *Caractéristiques d'un point eutectique :*

C_E (%m C)	θ_E (°C)
4,3	1147

(1 pt)

6.c) *Changement de masse volumique au passage $\alpha \rightarrow \gamma$:*

Répondez par **A** (augmentation), **D** (diminution) ou **I** (inchangé) et justifiez quantitativement votre réponse :

Soit r le rayon des atomes de fer. On peut exprimer le paramètre a de la maille α (CC) ou de la maille γ (CFC) en fonction de r :

$$a_{CC} = 4r/\sqrt{3} \quad ; \quad a_{CFC} = 4r/\sqrt{2}$$

Volume des mailles α (CC) et γ (CFC) : $V_{CC} = a_{CC}^3 = (4r/\sqrt{3})^3$ et $V_{CFC} = a_{CFC}^3 = (4r/\sqrt{2})^3$

Comme une maille α (CC) contient 2 atomes en propre et une maille γ (CFC) en contient 4, il faut 2 mailles α (CC) pour former 1 maille γ (CFC). Au passage $\alpha \rightarrow \gamma$, le rapport du volume des mailles

est donc égal à : $V_{CFC}/V_{CC} = (4r/\sqrt{2})^3 / 2(4r/\sqrt{3})^3 = \frac{1}{2}(\sqrt{3}/\sqrt{2})^3 = 0,9186$

Le volume occupé par les 4 atomes en propre de la maille γ (CFC) est donc plus faible que le volume que ces 4 atomes occupaient lorsqu'ils étaient à l'état α (CC). La masse de ces atomes n'ayant bien entendu pas varié au passage $\alpha \rightarrow \gamma$, il y aura donc **AUGMENTATION** de la masse volumique du fer.

A

(5 pts)

6.d) *Schéma de la microstructure à la température considérée :*

Température (°C)	Schéma de la microstructure
1460	e
1400	c
724	f
20	h

(4 pts)

7. EXERCICE n° 7 (Alliage Al 2014)

7.a) Formule chimique de la phase θ :

Justification :

Selon le diagramme d'équilibre, la phase θ a une température de fusion légèrement inférieure à 600 °C et ce point correspond à une concentration massique en Cu égale à 56 %m ou à une concentration atomique en Cu égale à 33,3 %at; elle contient donc 66,6 %at d'Al. La formule chimique de la phase θ est donc Al_2Cu .

Remarque : Cette phase θ n'est pas parfaitement stoechiométrique et sa concentration en Cu peut légèrement varier de part et d'autre de cette composition idéale.

Al_2Cu

(1 pt)

7.b) Phase(s) en présence et leur composition (%m Cu) après traitement :

Traitement	Phase(s)	C (%m Cu)	Proportion (%m)
A	α	4,5	100
	-----	-----	-----
B	α	< 0,05	91,7
	θ	53	8,3

7.c) Constituant de l'alliage après le traitement C :

Justification :

Au cours du traitement A, l'alliage est en phase α qui est une solution solide d'équilibre contenant 4,5 %m Cu dissous.

Au cours du traitement C, la trempe à l'eau entraîne une baisse brutale de température de l'alliage avec, pour conséquence, l'impossibilité pour les atomes de Cu de diffuser à l'état solide dans la matrice α pour former les précipités θ d'équilibre prévus par le diagramme. On obtient donc une **solution solide α sursaturée en cuivre**, qui est une phase métastable à la température ambiante.

Solution solide α sursaturée en cuivre

(1 pt)

7.d) Température (°C) et durée (en h) du traitement D :

Voir figure en annexe

Traitement	Température (°C)	Temps minimal t_{min} (h)	Temps maximal t_{max} (h)
D	150	15	20

(3 pts)

7.e) Nom du traitement D :

Durcissement structural

(1 pt)

8. EXERCICE n° 8 (Axe sollicité en fatigue)

8.a) Rapport R de la sollicitation de fatigue :

Justification :

L'énoncé précise que «... la force (*est*) alternée symétrique », c'est-à-dire que $F_{\min} = -F_{\max}$ et $F_{\text{moy}} = 0$.

Par définition, le rapport **R** des contraintes est défini par : $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} = F_{\min} / F_{\max}$

Sa valeur est donc ici égale à -1 .

R = -1	(1 pt)
---------------	--------

8.b) Durée de vie N_f de l'axe:

Justification :

Contrainte nominale dans la section minimale $\sigma_{\text{nom}} = 4F / \pi d^2 = (4 \times 3,015 \text{ MN}) / [\pi(0,12)^2] = 266,6 \text{ MPa}$

Pour $h/r = 1$ et $r/d = 15/120 = 0,125$, le facteur K_t de concentration de contrainte est égal à **1,95**.

L'amplitude de la contrainte alternée locale s'exerçant dans la gorge est donc égale à :

$$\sigma_{\text{loc}} = K_t \sigma_{\text{nom}} = 520 \text{ MPa.}$$

Sur la courbe de fatigue-endurance de l'acier (voir figure en annexe), on détermine, pour cette amplitude de contrainte, une durée de vie N_f égale à **4×10^5 cycles**

$N_f = 4 \times 10^5$	(3 pts)
---	---------

8.c) Dimensions D et d si la solution 1 est adoptée:

Justification :

Pour avoir une durée de vie infinie, il faut que l'amplitude de la contrainte locale soit au plus égale à 460 MPa (limite d'endurance de l'acier). D'après la définition de la contrainte locale, on peut écrire :

$$\sigma_{\text{loc}} = K_t \sigma_{\text{nom}} = K_t (F/S) = K_t (4F / \pi d^2) \quad (1)$$

Dans l'équation (1), les seules variables connues sont la contrainte locale σ_{loc} et la force **F** ; on peut

donc écrire :

$$\frac{K_t}{d^2} = \frac{\pi \sigma_{\text{loc}}}{4F} = \frac{\pi \times 460 \text{ MPa}}{4 \times 3,015 \text{ MN}} = 119,83 \text{ m}^{-2} \quad (2)$$

Puisque l'on doit travailler sur la courbe à $h/r = 1$, il faut trouver des valeurs de **d** et de K_t qui satisfassent à l'équation (2). Par approximations successives, on trouve : $K_t = 1,98 \rightarrow r/d = 0,117 \rightarrow d = r/0,117 = 15/0,117 = 128 \text{ mm}$

Puisque $D = (d + 2h) \rightarrow D = 125 + (2 \times 15) = 158 \text{ mm}$

D = 158 mm	(2 pts)
d = 128 mm	

8.d) Rayon r de la gorge si la solution 2 est adoptée:

Justification : Pour avoir une durée de vie infinie, il faut que l'amplitude de la contrainte locale soit au plus égale à 460 MPa (limite d'endurance de l'acier). Le diamètre **d** de la section minimale restant inchangé, la contrainte nominale a la même valeur que celle obtenue à la question (a) soit $\sigma_{\text{nom}} = 266,6 \text{ MPa}$.

Le facteur de concentration de contrainte K_t doit donc être au plus égal à :

$$K_t = \sigma_{\text{loc}} / \sigma_{\text{nom}} = (460 / 266,6) = 1,725$$

Le rayon de courbure de la gorge doit donc être augmenté, le rapport h/r diminuant et le rapport r/d augmentant. En travaillant par approximations successives entre les courbes à $h/r = 1$ et $h/r = 0,5$, on obtient un **rayon minimal r** de la gorge égal à **21,6 mm**, ce qui correspond aux valeurs suivantes :

r = 21,6 mm	(2 pts)
--------------------	---------

$$h/r = 15/21,6 \cong 0,7 \quad \text{et} \quad r/d \cong 0,18.$$

9. EXERCICE n° 9

Lesquelles de ces affirmations sont vraies (V). Attention : une mauvaise réponse en annule une bonne.

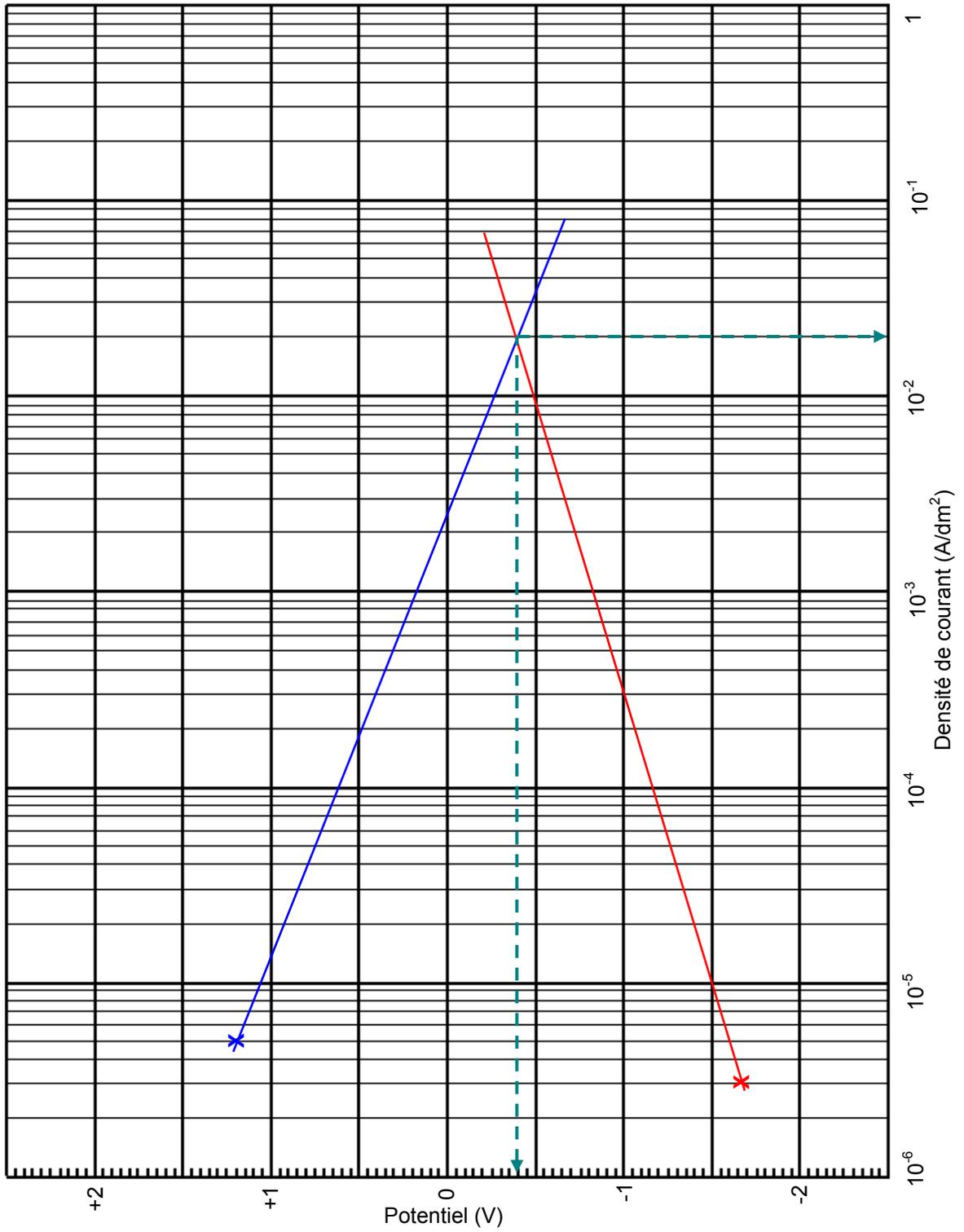
Une maille C.C. (cubique centré) possède huit (8) sites octaédriques en propre.	
Les plans {111} sont les plans les plus denses du réseau C.F.C. (cubique à faces centrées).	V
À cause des caractéristiques de la liaison ionique, les dislocations peuvent se déplacer dans les matériaux ioniques soumis à une contrainte.	
La fragilité des matériaux covalents cristallins est due à l'absence de dislocations dans ces matériaux.	
Un matériau est plus résilient (tenace) si, au cours d'un essai Charpy, la hauteur de remontée du pendule est plus élevée.	
Plus la température de vaporisation d'un matériau est élevée, plus son coefficient de dilatation thermique est faible.	V
La vitesse de fluage en stade II ne dépend que de la température à laquelle le matériau est porté.	
Si, pour un matériau, on ne connaît que sa résistance à la traction R_m et sa limite d'endurance σ_D pour $R = -1$, le diagramme de Goodman permet d'en déduire la limite d'endurance pour tout autre valeur du rapport R	V
Dans le cas d'une fissure de fatigue dont le rayon de courbure à fond d'entaille est très faible, la condition mécanique de Griffith est satisfaite pour de très faibles valeurs de la contrainte nominale appliquée.	V
Un environnement agressif entraîne généralement une baisse de la limite d'endurance en fatigue d'un matériau.	V

(5 pts)



ANNEXES

Exercice n° 1 : Dégradation

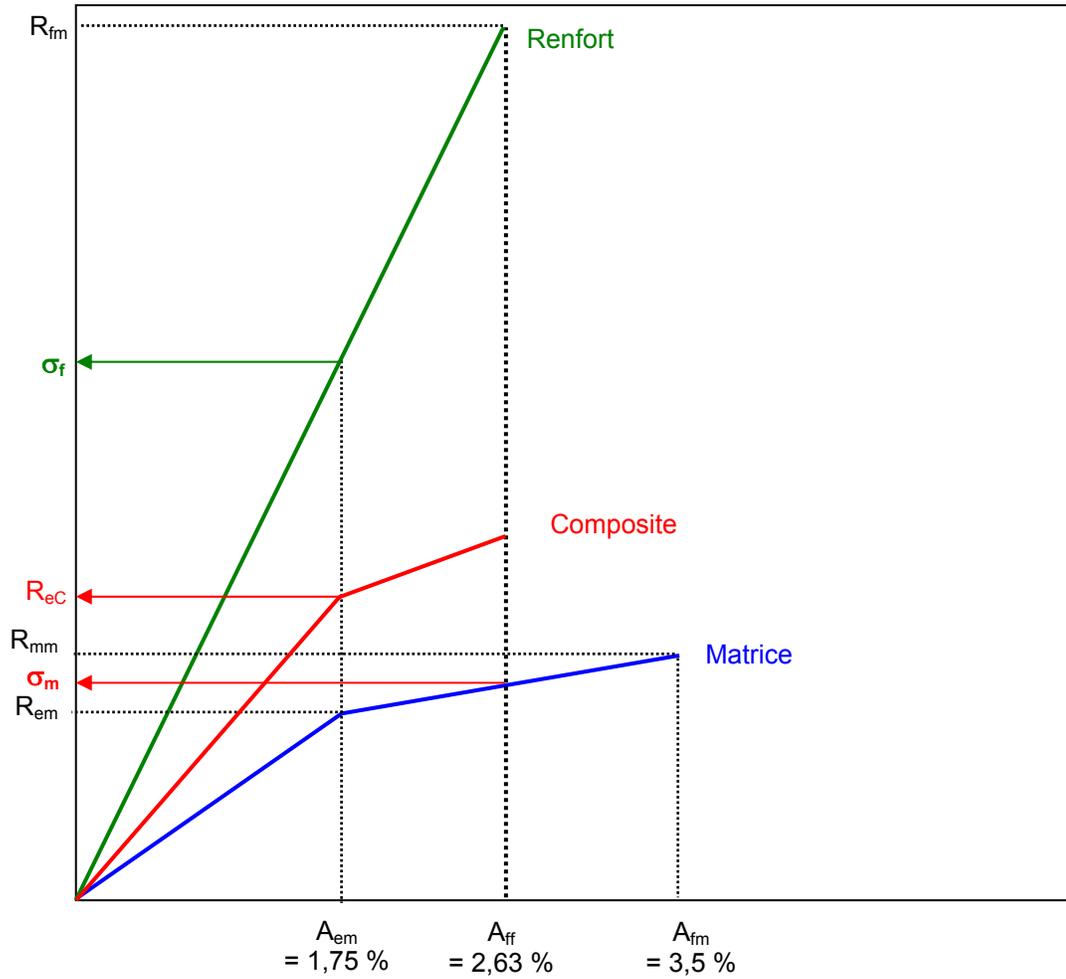




ANNEXES

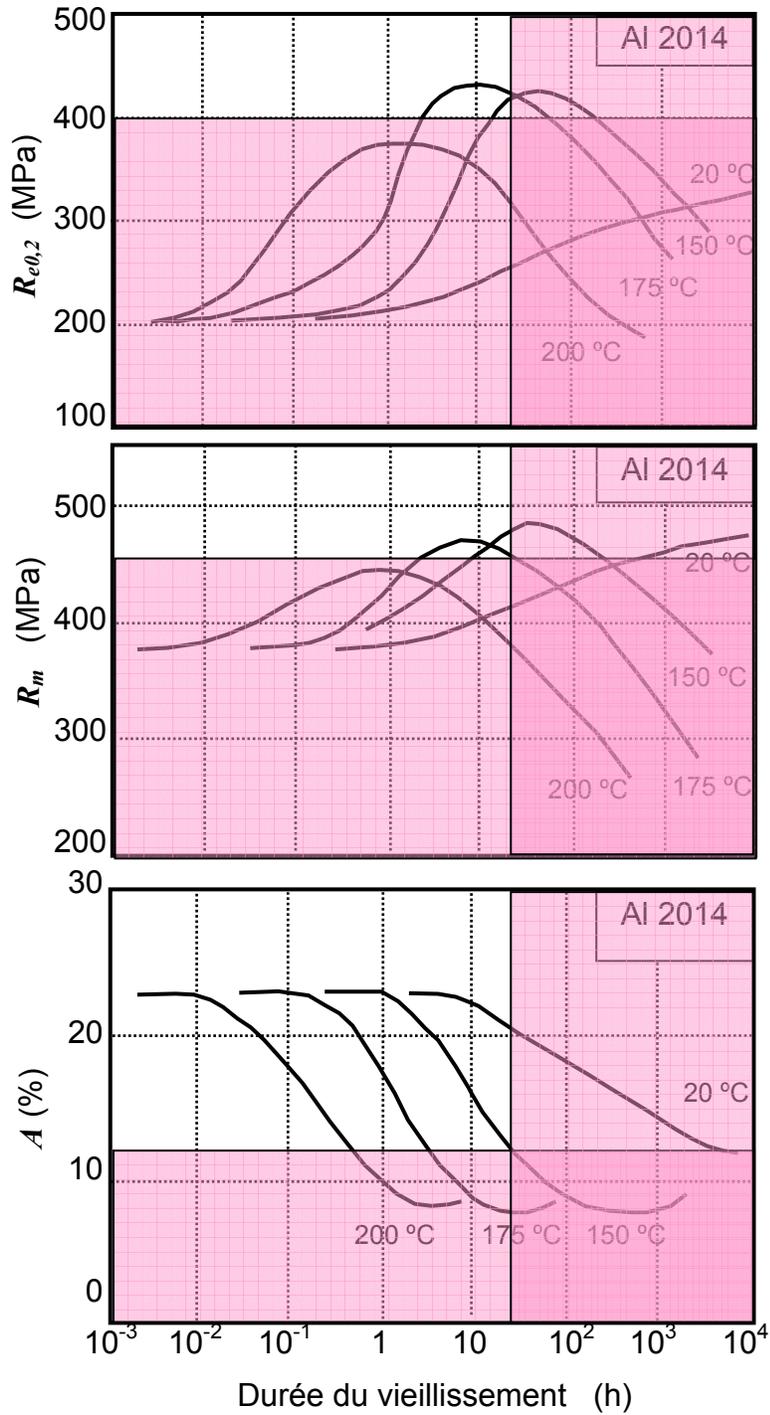
Exercice n°5 : Composites

NB : cette figure n'est pas à l'échelle



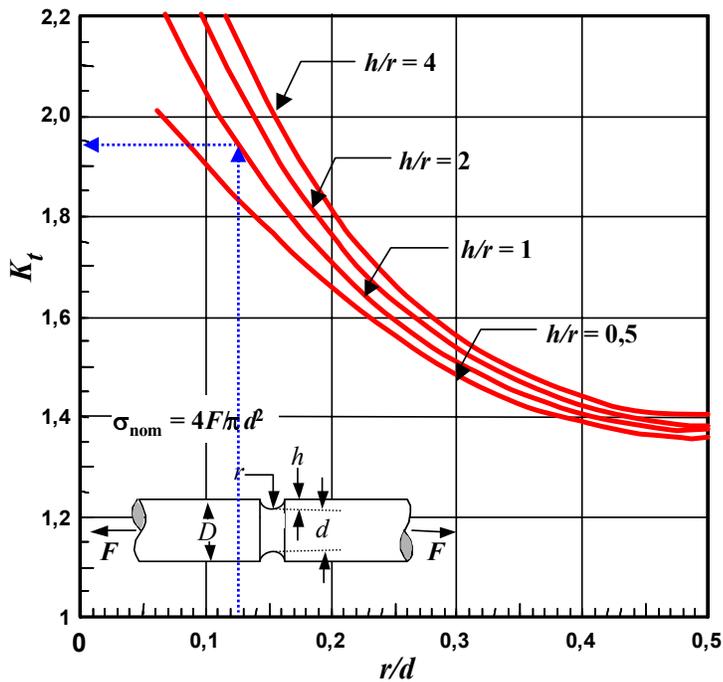
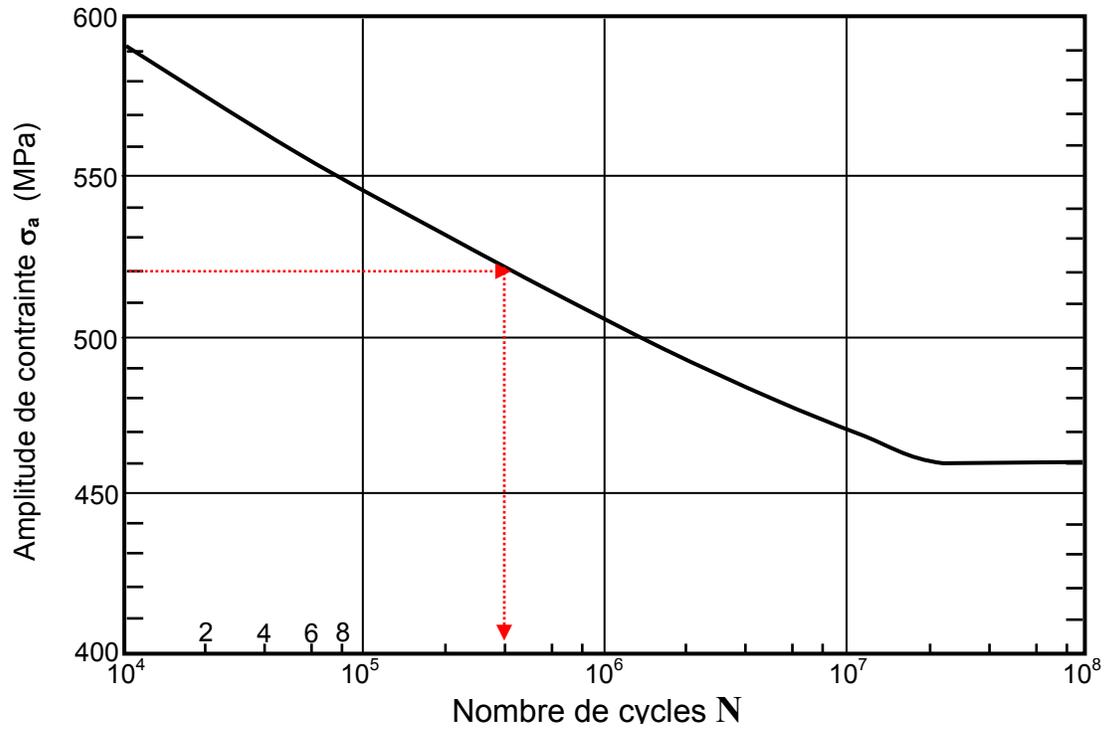
ANNEXES

Exercice n° 7 : Alliage d'aluminium 2014



(i) ANNEXES

Exercice n° 8 : Axe soumis à des sollicitations de fatigue



Abaque de concentration de contrainte pour une gorge