MEC 2310

EXERCICE 1 : Révision

Une courroie transmet la puissance d'un moteur tournant à une vitesse *n*1 par l'intermédiaire de deux poulies de diamètres *D*1 et *D*2. On note *n*2 la vitesse de l'arbre entraîné.

a) **Rappeler la définition du rapport de vitesse *i* de la transmission.**

$i = n1 / n2$ **(0.5 pt)**

b) **Exprimer le rapport de vitesse en fonction des diamètres *D*1 et *D*2. Justifier la formule trouvée et donner deux expressions de la vitesse linéaire *v* de la courroie en fonction de *n1*, *D1*, puis de *n2*, *D2*.**

$i = D2 / D1$ **(0.5 pt)**

Justification : la vitesse linéaire de la courroie est constante

$v = n1\ D1\ \pi / 60 = n2\ D2\ \pi / 60$ **(0.25 pt)**

c) **Si *T*1, *T*2 sont les couples sur l'arbre du moteur et l'arbre entraîné respectivement, exprimer *T*2 en fonction de *T*1 et *i* ? Quel principe physique avez-vous appliqué pour obtenir cette formule?**

$T2 = i\ T1$ **(0.25 pt)**

Principe: Conservation de la puissance **(0.25 pt)**

d) **Un treuil de diamètre *D*3 est monté sur l'arbre entraîné et soulève une masse *m* à une vitesse *v*. Déterminer *v* en fonction des données du problème.**

$v = \omega 2\ D3 / 2$ **(0.25 pt)**

Question 1 : Révision

e) **Quel principe physique pouvez-vous appliquer pour trouver l'inertie équivalente sur l'arbre du moteur d'une masse en rotation ou en translation dans un système de transmission de puissance?**

Conservation de l'énergie (0.5 pt)

f) **Quelle est l'inertie équivalente *I2t* sur l'arbre du moteur de la masse en translation *m*? (Exprimer *I2t* en fonction de *i* et des autres données du problème.)**

$I2t\ (\omega 1)^2 = m\ v^2 = m\ (D3)^2\ (\omega 2)^2 / 4$ (0.25 pt)

$I2t\ = m\ (D3)^2 / 4\ i^2$ (0.5 pt)

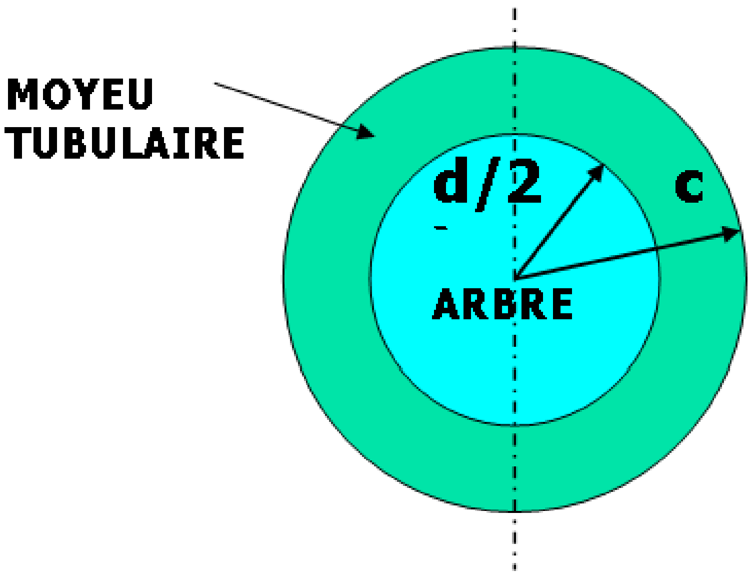
g) **Si on note *I*2 l'inertie de la poulie et du treuil sur l'arbre entraîné, quelle est l'inertie équivalente *I*2*r* sur l'arbre du moteur des masses en rotation sur l'arbre entraîné? (Exprimer *I*2r en fonction de *i* et des autres données du problème.)**

$I2r\ (\omega 1)^2 = I2\ (\omega 2)^2$ (0.25 pt)

$I2r\ = I2 / i^2$ (0.5 pt)

Question 2 : Arbres

Un arbre en acier (*E* = 200 GPa) de diamètre *d* = 100 mm doit transmettre à un moyeu une puissance *P* = 100 kW à une vitesse *n* = 1200 tpm en plus d'être soumis à une force axiale *Fa* = 5 kN. La longueur du moyeu est *L* = 2 *d*, le rayon extérieur du moyeu est *c* = *d* et le coefficient de frottement sec entre l'arbre et le moyeu est *f* = 0,14. On note *r* = *d* / 2 le rayon de l'arbre.



Question 2 : Arbres

Calculer les grandeurs suivantes :

- **le couple *T* à transmettre (0.5 pt)**

$$T = \frac{P9550}{n} = \frac{100x9550}{1200} = 791{,}6\ Nm$$

- **la force tangentielle *Fr* (0.5 pt)**

$$F_r = \frac{T}{r} = \frac{791{,}6}{50x10^{-3}} = 15{,}8\ kN$$

- **la force de frottement totale *Ff* (1 pt)**

$$F_f = \sqrt{F_r^2 + F_a^2} = \sqrt{15{,}8^2 + 5^2} = 16{,}6\ kN$$

- **la pression minimale d'interférence *p* nécessaire entre l'arbre et le moyeu pour transmettre la puissance avec un facteur de sécurité *FS = 2* (1 pt);**

$$p = \frac{F_f}{2\,\pi\, r\, L\, f_g}\, FS = \frac{16{,}6x10^3}{2\,\pi\, 50x10^{-3}x200x10^{-3}x0{,}14}\, 2 = 3{,}8\ MPa$$

Question 2 : Arbres

- **la valeur de l'interférence radiale *δ* nécessaire (en microns) pour obtenir cette pression (1 pt);**

$$\delta = \frac{2\, r^3\, c^2}{E\,(c^2 - r^2)\, r^2}\; p = 7{,}9 \; microns$$

- **la force totale *F* nécessaire pour réaliser le montage forcé (1pt).**

$$F = 2\,\pi\, r\, L\, f_g\; p = 16{,}6 \; kN$$

Question 3a) : CONSTANTE ÉLASTIQUE

Calculez la constante élastique d'un ressort hélicoïdal cylindrique de compression en acier, ayant les caractéristiques suivantes : **(0.75 pts)**

d = 4 mm, D = 30 mm, N_a = 8, G = 80 GPa,
ρ = 7860 kg/m^3

$$k = \frac{d^4 G}{8 D^3 N_a}$$

$$k = \frac{4^4 \left(mm^4\right) x \quad 80000 \left(N/mm^2\right)}{8\, x 30^3 \left(mm^3\right) x 10} = \frac{20480000}{2160000} = 11.8518 \;\; N/mm = 11851 \; N/m$$

EXERCICE 3b : CALCUL DE LIMITE D'ENDURANCE

Déterminer la limite d'endurance d'un fil d'acier A227 (étiré à froid) grenaillé, d'un diamètre de 0.207 po.

(1 pts)

$$S_{ut} = Ad^{b} = 141040(0.207)^{-0.1822} = 187.919\ ksi$$

$$S_{us} = 0.67\ S_{ut} = 125.905\ ksi$$

S'_{se} = limite d'endurance non-corrigée

S'_{se} = 465 MPa = 67.5 ksi (ressorts grenaillés)

$$S_{se} = 0.5\ \frac{S'_{se}\ S_{us}}{S_{us} - 0.5 S'_{se}}$$

$$S_{se} = 0.5\ x\ \frac{67.5 \cdot 125.905}{125.905 - (0.5 \cdot 67.5)} = 44.657\ ksi$$

Questions 3c, d et e

c) **On suppose que le ressort de la question a) est équarri et meulé, et que sa longueur libre est *Lf* = 140 mm, quelle énergie élastique maximale *Er* peut-il emmagasiner en compression? (0.75 pts)**

$$E_r = \frac{1}{2}ky^2 \quad où \quad y = l_f - l_s = 140 \quad mm - 40 \quad mm = 100\ mm$$

$$où \quad l_s = dN_t,\ N_t = N_a + 2 \quad (\text{Équarris et meulés}) \qquad donc,\ l_s = 40\ mm$$

$$E_r = \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}\ 11851.85\ (N/m)\ x\ \left(0.100^2\right)\left(m^2\right) = 59.25\ Joules$$

d) **Quelle est la masse *M* requise pour comprimer ce ressort jusqu'à sa longueur écrasée *Ls*? (0.75 pts)**

$ky = Mg$ où $M = masse\ (kg)$, $g = 9.81\ m/s^2$, $k = 11851.85\ N/m$ et $y = l_f - l_s = 100\ mm = 0.1\ m$

alors,

$$M = ky/g = \frac{11851.85 \cdot 0.1}{9.81} = 120.81\ kg$$

e) **Une masse *m* = 1 kg est déposée sur le plateau supérieur du ressort, qui est comprimé par une force extérieure jusqu'à sa longueur écrasée. Jusqu'à quelle hauteur *h* cette masse sera-t-elle projetée si la force comprimant le ressort est soudainement annulée? (0.75 pts)**

$$masse = 1 \quad kg$$

$$l_s = 100\ mm$$

$$mgh = E_r$$

$$Donc,\ 1(kg)x9.81 \quad (m/s^2)x\ h = 59.25\ (J) \quad alors,\ h = 6.03\ m$$

Question 4 : Tribologie

En négligeant l'effet de roulement, évaluer la demi-largeur de contact entre une des roues et le rail en acier (*E* = 210 GPa et *v* = 0.3) qui peut être approximé par une surface plane.

a) 3 points

Force agissant sur chaque roue : *F* = ((500+6*75)*9.8*4)/4 = 9320N (0.5 point)

<u>Calcul de la constante géométrique</u> (diapo 2.21) :

***R1* : Rayon de la roue (50 mm) et *R2* : rayon du rail (∞) (0.5 point)**

$$B = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{\infty}\right) = \frac{1}{100} = 0.01\left[mm^{-1}\right]$$

<u>Calcul des constantes des matériaux</u> (diapo 2.21) :

Roue de polycarbonate : $m_1 = \frac{1-\upsilon_1^2}{E_1} = \frac{1-0.4^2}{10\times10^3} = 8.4\times10^{-5}\left[\frac{mm^2}{N}\right]$ **(0.5 point)**

Rail en acier : $m_2 = \frac{1-\upsilon_2^2}{E_2} = \frac{1-0.3^2}{210\times10^3} = 4.3X10^{-6}\left[\frac{mm^2}{N}\right]$ **(0.5 point)**

Calcul de la demi-largeur de contact : (*L* = 30 mm)

$$a = \sqrt{\left(\frac{2}{\pi}\frac{m_1+m_2}{B}\frac{F}{L}\right)} = 1.32\left[mm\right]$$ **(1 point)**

Question 4 : Tribologie

b) **Sachant que la formule (5.10) de Norton, p. 248, donne une résistance limite en cisaillement pour la plasticité *Sys* = *Sy* / 2 , calculer le facteur de sécurité en cisaillement pour l'écoulement plastique de la roue à la surface de contact avec le rail pour le critère de défaillance de Tresca. Selon la formule (5.11), p. 250, de Norton, le cisaillement maximum dans le critère de Tresca est donné par la formule :**

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

où *σmax* et *σmin* sont les contraintes principales maximum et minimum.

Réponse :

b) 2 points (diapo 2.22)

$$p_{max} = \frac{2F}{\pi a L} = 150\left[MPa\right]$$ **0.5 points**

$$\sigma_1 = \sigma_3 = -p_{max} = -150\left[MPa\right]$$
$$\sigma_2 = -2\upsilon\, p_{max} = -90\left[MPa\right]$$ **0.5 points**

$$FS_{tresca} = \frac{S_y/2}{\tau_{max}} = \frac{S_y/2}{\left(\sigma_{max} - \sigma_{min}\right)/2} = \frac{10}{30} = 0.33$$ **(1 point)**

Question 4 : Tribologie

En refaisant les calculs pour le nylon, on trouve a = 2.1 mm et FS = 1.33 :

c) Donner l'expression de la formule d'Archard en rappelant brièvement la définition de tous les termes. Sachant que cette formule s'applique aussi dans le cas de l'abrasion par des particules libres sur des surfaces non lubrifiées et que le paramètre K = 10-3 dans cette formule est indépendant du matériau (cf. Norton, Tableau 7-2, p. 426), lequel des deux matériaux proposés choisiriez-vous s'il n'est pas possible d'éliminer les particules abrasives de l'environnement? Justifier votre choix du point de vue de l'usure.

d) À la lumière de cette étude, quelle serait votre recommandation finale en tenant compte de l'ensemble des résultats? Justifier votre décision.

Question 4 : Tribologie

c) 1 point (diapo 2.45 pour la formule d'Archard et diapo 2.16 pour la définition de *H*)

Formule d'Archard est valide aussi pour l'abrasion :

$$V = K\frac{F\,l}{H} \qquad \text{(0.25 point)}$$

Pour de l'usure par abrasion avec particules libres sur des surfaces non-lubrifiées le K est indépendant du matériau :

$K = 10^{-3}$ (Norton tableau 7-2 p.426)

Puisque *F* et *l* sont des données de l'application et identiques peu importe le matériau (0.25 point), on doit choisir le nylon (0.25 point) puisqu'il a une plus grande dureté (0.25 point).

d) 1 point

Le choix final est le nylon (0.5 point) puisqu'il est le seul avec un *FS* plus grand que 1 (0.25 point) et qu'il sera plus résistant à l'usure par abrasion (0.25 point). On peut accepter aussi que le nylon sera plus résistant à l'usure par fatigue de surface.